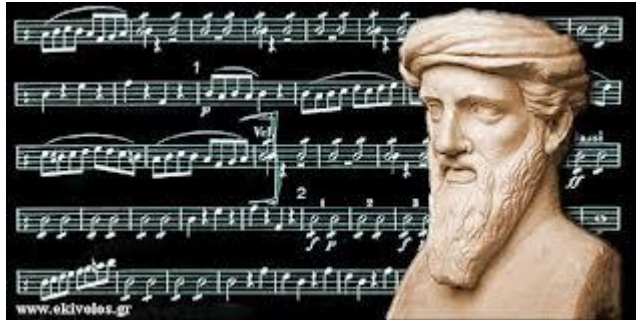


Σχέση Μουσικής-Χορού-Μαθηματικών

Τα μαθηματικά και η μουσική είναι δύο επιστήμες που έχουν πολύ μεγάλη σχέση μεταξύ τους. Από την αρχαιότητα ακόμη, οι δύο τέχνες αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και η αλληλεπίδραση αυτή φτάνει ως τις μέρες μας. Η ιδέα της σύνδεσης των μαθηματικών και της μουσικής γεννήθηκε πριν από 26 ολόκληρους αιώνες στην



αρχαία Ελλάδα από τον Πυθαγόρα, μαθηματικό και ιδρυτή της πυθαγόρειας σχολής.

Ο φιλόσοφος γνώριζε πολύ καλά τη σχέση της μουσικής με τους αριθμούς. Οι ειδικοί ερευνητές θεωρούν ότι το πιθανότερο είναι πως ο ίδιος και οι μαθητές του

εντρύφησαν στη σχέση της μουσικής και των αριθμών μελετώντας το αρχαίο όργανο μονόχορδο. Ήταν εντυπωσιακό το γεγονός ότι μόνο οι ακριβείς μαθηματικές σχέσεις έδιναν αρμονικούς ήχους στο μονόχορδο. Πίστευαν, μάλιστα, ότι η ψυχή, μέσα από τα μαθηματικά και τη μουσική, μπορούσε να εξυψωθεί ώσπου να ενωθεί με το σύμπαν και ότι ορισμένα μαθηματικά σύμβολα έχουν αποκρυφιστική σημασία. Στη σημερινή πραγματικότητα, τόσο η μουσική θεωρία, όσο και η μουσική πράξη, ερμηνεύονται με φυσικούς νόμους, που με τη σειρά τους διατυπώνονται με μαθηματικές σχέσεις.

Ο Πυθαγόρας καθόρισε τις σχέσεις των διαστημάτων και έβαλε τις βάσεις του μουσικού συστήματος, που ακολούθησαν πρώτα ο Μεσαίωνας και έπειτα η Αναγέννηση. Το πλεονέκτημα του Πυθαγόρειου υπολογισμού των διαστημάτων είναι το ότι αποτελεί ένα τρόπο που να στηρίζεται σε αριθμητικές πράξεις και όχι στο αυτί ή την εμπειρία. Αντίθετα, το μειονέκτημά του είναι ότι σήμερα δεν μπορεί να



εφαρμοστεί στο χόρδισμα των οργάνων. Για τους αρχαίους Έλληνες φιλοσόφους και περισσότερο τον Πλάτωνα και τον Αριστοτέλη, η μουσική δεν είναι απλά μία καλλιτεχνική έκφραση του ανθρώπου – η μουσική είναι Μαθηματικά και οι πραγματείες τους για τη μουσική μοιάζουν με βιβλία Γεωμετρίας.

Αργότερα ο Γάλλος μαθηματικός-μουσικός Φουριέ(1773-1837) στις αρχές του 19^{ου} αιώνα μελέτησε επιστημονικά τη Μουσική και είπε: «όλοι οι ήχοι, φωνητικοί ή ενόργανοι, απλοί ή

σύνθετοι μπορούν να περιγραφούν απόλυτα με μαθηματικούς όρους».

Ο μουσικοσυνθέτης Μπαχ (1685-1750) δημιούργησε μαθηματικές θεωρίες μουσικής σύνθεσης.

Στη σημερινή εποχή πολλοί μουσικοί χρησιμοποιούν Μαθηματικά στη δουλειά τους, με πιο γνωστό τον μαθηματικό και αρχιτέκτονα Ιάννη (Γιάννη) Ξενάκη (1922-2001), ο οποίος υπήρξε πρωτοπόρος στην αλγοριθμική σύνθεση μουσικής και στη μουσική με υπολογιστή.



Ο Ξενάκης συνδύαζε τα Μαθηματικά με τη Μουσική κι έφτιαξε ηλεκτρονικές μουσικές συνθέσεις. Είχε αναπτύξει μία θεωρία ψηφιακής σύνθεσης βασισμένη στην παραγωγή ήχων με μαθηματικές συναρτήσεις και είχε σχεδιάσει ένα υπολογιστικό σύστημα με γραφικό interface (το UPIC). Οι πρωτοποριακές συνθετικές μέθοδοι που ανέπτυξε συσχετιζαν τη μουσική και την αρχιτεκτονική με τα Μαθηματικά και τη Φυσική, μέσω της χρησιμοποίησης μοντέλων από τη Θεωρία των Συνόλων, τη Θεωρία των Πιθανοτήτων, τη Θερμοδυναμική, τη Χρυσή Τομή και την ακολουθία Fibonacci.

Η αργιστή εποπτεία που διαθέτουμε για τον χρόνο φαίνεται πως αποτελεί τη βάση, την απαρχή τόσο της μουσικής όσο και της μαθηματικής εμπειρίας μας. Η Μουσική αποτελεί ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα, ίσως το πρώτο, ποσοτικοποίησης ενός ποιοτικού φαινομένου μέσω των Μαθηματικών. Ο ρυθμός και η Αρμονία είναι οι δύο βασικές συνιστώσες κάθε μουσικής έκφρασης. Ο ρυθμός είναι η πρώτη μουσική κατάκτηση για τον άνθρωπο, όπως ακριβώς ο αριθμός είναι η πρώτη, η θεμελιώδης Μαθηματική κατασκευή. Ο ρυθμός και ο αριθμός έχουν κοινή καταγωγή, την οποία έλκουν από την κατάτμηση του χρόνου και την 1-1 αντιστοιχία των χρονικών στιγμών με γεγονότα. Το μουσικό μέτρο, το οποίο είναι απαραίτητο για την εκτέλεση ενός μουσικού θέματος, δηλώνεται μέσω ενός κλάσματος, ενός αριθμού δηλαδή ο οποίος καθοδηγεί το ρυθμό. Η αρμονία μαθηματικοποιείται και ερμηνεύεται μέσα σε ένα πλήθος από μεταφυσικές δοξασίες, από τους Πυθαγόρειους ακόμα, και καθορίζει μέχρι τον Μεσαίωνα την αντίληψη που έχουμε για το τι σημαίνει αρμονία. Η σύγχρονη αντίληψη για την αρμονία προκύπτει μέσα από τη χρήση ενός ισχυρότατου Μαθηματικού "εργαλείου", της ανάλυσης Fourier. Κάθε περιοδικό φαινόμενο,

επομένως και η μουσική νότα, μπορεί να εκφραστεί από ένα αλγεβρικό άθροισμα αρμονικών συνιστωσών. Η αρμονία πλέον δύο μουσικών τόνων καθορίζεται από το πλήθος των αρμονικών συνιστωσών οι οποίες συμπίπτουν.

Μουσική και κλάσματα

Μία μουσική σύνθεση δεν χαρακτηρίζεται μόνο από τη μελωδία της αλλά και από τον ρυθμό της. Ο ρυθμός είναι αυτός που καθορίζει το είδος της μουσικής σύνθεσης. Όταν ακούμε κάποιο τραγούδι, από το ρυθμό του καταλαβαίνουμε αν και πως πρέπει να το χορέψουμε. Η μουσική γράφεται με νότες σε πεντάγραμμο (πέντε παράλληλες ευθείες που ισαπέχουν). Για το ρυθμό ορίζουμε κάποια άλλα σύμβολα. Αρχικά ορίζουμε το ολόκληρο, το «ένα». Στα μαθηματικά γνωρίζουμε ότι το «όλο» μπορεί να εκφραστεί και ως ένα κλάσμα με αριθμητή και παρονομαστή ίσους (πλην του μηδενός). Κατόπιν διαιρούμε με το δύο και παίρνουμε την πρώτη υποδιαίρεση του ολόκληρου, το μισό, που με τη σειρά του διαιρείται και αυτό με το 2 κ.λ.π. Έτσι έχουμε τις εξής ρυθμικές αξίες:

1. Ολόκληρο		
2. Μισό		
3. Τέταρτο		
4. Ογδοο		
5. Δέκατο έκτο		
6. Τριακοστό δεύτερο		
7. Εξηκοστό τέταρτο		

Χρησιμοποιούμε, λοιπόν, τα κλάσματα για να υπολογίσουμε την χρονική αξία (διάρκεια) μίας νότας.

Η Γεωμετρία των γραμμών

Ο χορός απαιτεί να σχηματίζεις με το σώμα σου διαφορετικά σχήματα και γωνίες. Οι κινήσεις του χορού είναι συνδυασμοί κύκλων, σημείων, γωνιών και γραμμών και υπάρχουν πολλοί τρόποι με τους οποίους μπορούμε να εκφραστούμε σωματικά και να παρατηρήσουμε τους γεωμετρικούς συνδυασμούς. Τα στοιχεία των μαθηματικών που περιλαμβάνονται στο χορό είναι :

α) Τα σχήματα

Οι χορευτές δημιουργούν συνεχώς σχήματα με ολόκληρο το σώμα τους όπως κύκλους, τρίγωνα αλλά και μερικές φορές πιο σύνθετα.



β) Τα μοτίβα

Οτιδήποτε στο χορό έχει να κάνει με μοτίβα. Οι χορευτές απομνημονεύουν μοτίβα στα βήματα των χορών τους.

Η μουσική συνήθως έχει ένα τρόπο να υπαγορεύει και να κατευθύνει την κίνηση ενός χορευτή.

γ) Οι παράλληλες γραμμές

Οι χορευτές συχνά πρέπει να στέκονται παράλληλα με τους άλλους χορευτές ώστε να διατηρήσουν τους σχηματισμούς .Επίσης , πρέπει να κρατούν την ίδια απόσταση ανάμεσα σε αυτούς και στους άλλους χορευτές όπως και αν κινούνται .



δ) Οι κύκλοι

Οι κυκλικές κινήσεις ή κυκλικοί σχηματισμοί είναι το πιο διαδεδομένο σχήμα στους χορούς .



ε) Οι γωνίες

Οι χορευτές πρέπει να επικεντρωθούν στον σχηματισμό των γωνιών με το σώμα τους ώστε να επιτύχουν τα σωστά σχήματα .



Από την παρουσίαση της «Εστίας» στην εκπομπή της ΕΤ3 «Ο τόπος και το τραγούδι του»

στ) Η συμμετρία

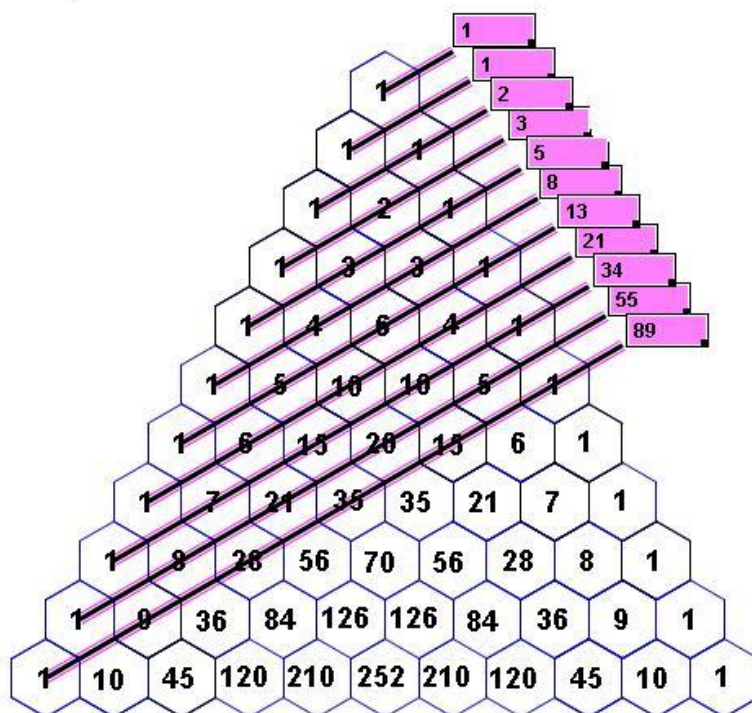
Ο χορός χρειάζεται αρκετές φορές να παρουσιάζει και συμμετρία. Οι χορευτές κινούνται συνεχώς με τρόπο που αντανakλά το ίδιο σταθερό μοτίβο . Πολλές φορές οι σχηματισμοί στο χορό δημιουργούν αντανakλάσεις ή περιστροφική συμμετρία . Επίσης , ο καβαλιέρος ή η ντάμα στο χορό συχνά χρησιμοποιεί τόσο την αντανakλαση όσο και περιστροφική συμμετρία .



Οι ακολουθίες - Οι αριθμοί Fibonacci στη μουσική

Οι αριθμοί Fibonacci είναι μια σειρά αριθμών που έχει ως εξής: οι δύο πρώτοι αριθμοί της είναι ο 1 και ο 1 και στη συνέχεια κάθε επόμενος αριθμός είναι το άθροισμα των δύο προηγούμενων. Συνεπώς οι πρώτοι αριθμοί της θα είναι: 1,1,2,3,5,8,13,21...

Αν θυμηθούμε τις οκτάβες στα πλήκτρα του πιάνου (οκτάβα είναι η απόσταση που δημιουργείται αν πάρουμε δύο νότες με το ίδιο όνομα, χωρίς να υπάρχει ανάμεσά τους άλλη με αυτό το όνομα) και μετρήσουμε το πλήθος των μαύρων πλήκτρων που περιλαμβάνει, το πλήθος των λευκών πλήκτρων και τέλος το πλήθος όλων των πλήκτρων, βρίσκουμε τους αριθμούς 5,8,13 που αποτελούν τρεις διαδοχικούς όρους της ακολουθίας Fibonacci.



Επίσης, αν διαιρέσουμε έναν οποιοδήποτε όρο της σειράς Fibonacci με τον προηγούμενό του, προκύπτει ο άρρητος αριθμός $\phi=1,61803\dots$, ο οποίος ονομάζεται «χρυσός αριθμός» και τον συναντάμε σε πολύ όμορφα μουσικά κομμάτια. Αυτό βέβαια δεν σημαίνει ότι τα μεγάλα μουσικά έργα πρέπει να υπακούουν στη Χρυσή Τομή ή ότι οι συνθέτες επιδίωξαν να τη χρησιμοποιήσουν, απλώς ότι αφού αυτή εκφράζει τις τέλει αναλογίες είναι φυσικό να τη συναντάμε σε αυτά.

