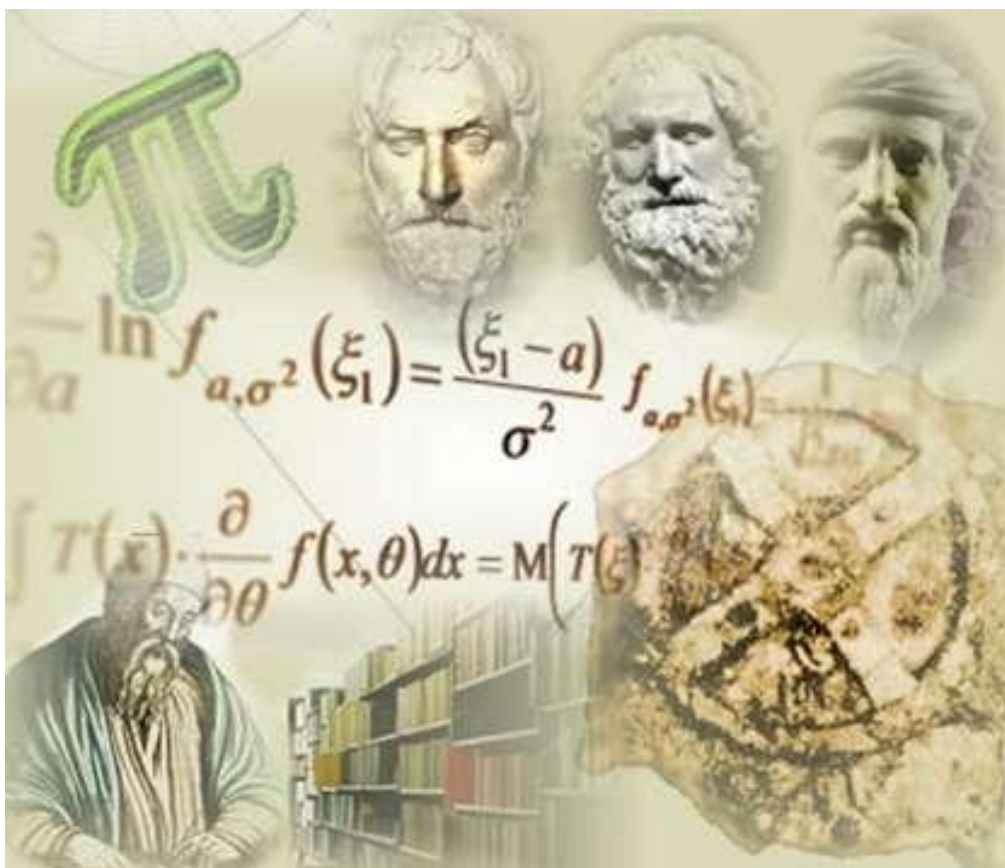


Ερευνητική Εργασία



**«ΑΝΑΚΑΛΥΠΤΟΝΤΑΣ ΤΟΥΣ ΑΡΧΑΙΟΥΣ
ΕΛΛΗΝΕΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥΣ»**

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ	4
-----------------------	---

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1 Τα ερευνητικά ερωτήματα.....	7
1.2 Το αρχαίο ελληνικό θαύμα.....	7

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

2.1 Η ΖΩΗ ΚΑΙ ΤΟ ΕΡΓΟ ΕΛΛΗΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΑΔΑ

2.1.1 Ευκλείδης.....	13
2.1.2 Αρχιμήδης.....	13
2.1.3 Διόφαντος.....	15
2.1.4 Πτολεμαίος.....	15
2.1.5 Πυθαγόρας.....	16
2.1.6 Απολλώνιος.....	17
2.1.7 Ίππαρχος.....	18
2.1.8 Πλάτωνας.....	19
2.1.9 Θαλής.....	20
2.1.10 Αρίσταρχος.....	21

2.2 ΓΥΝΑΙΚΕΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΟΤΗΤΑ

2.2.1 Αίθρα (10ος-9ος αιώνας π.Χ.).....	23
2.2.2 Πολυγνώτη.....	23
2.2.3 Θεμιστοκλέα.....	23
2.2.4 Δεινώ.....	24
2.2.5 Θεανώ η Θουρία.....	24
2.2.6 Δαμώ.....	24
2.2.7 Μύρια ή Μυία.....	24
2.2.8 Αριγνώτη.....	24
2.2.9 Φίντυς ή Φίλτυς.....	24

2.2.10 Μελίσσα.....	25
2.2.11 Τυμίχα.....	25
2.2.12 Πτολεμαίς.....	25
2.2.13 Διοτίμα.....	25
2.2.14 Βιτάλη ή Βιστάλα.....	25
2.2.15 Περικτιόνη.....	25
2.2.16 Λασθενεία.....	25
2.2.17 Αξιοθέα.....	26
2.2.18 Αρετή Κυρήνεια ή Αρήτη.....	26
2.2.19 Λεοντία η Κορίνθια.....	26
2.2.20 Νικαρέτη η Κορίνθια.....	26
2.2.21 Αγλαονίκη.....	26
2.2.22 Πανδροσίων	26
2.2.23 Πυθαίς.....	27
2.2.24 Υπατία (Αλεξάνδρεια 370 μ.Χ.-415μ.Χ.)	27

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΑΔΑ.....	29
--	-----------

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Η ΧΡΗΣΙΜΟΤΗΤΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗ ΖΩΗ ΜΑΣ

4.1 Η σχέση των μαθηματικών με τις άλλες επιστήμες.....	37
4.2 Τα μαθηματικά στην καθημερινή ζωή.....	43

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Ο ΜΑΘΗΤΗΣ ΚΑΙ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

5.1 Λόγοι δυσκολίας μάθησης των μαθηματικών.....	46
5.2 «Μαθηματικοφοβία».....	48

ΕΠΙΛΟΓΟΣ.....	51
----------------------	-----------

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ.....	52
--------------------------	-----------

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ.....	54
-----------------------	-----------

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η αρχαία Ελλάδα θεωρείται η κοιτίδα της μαθηματικής σκέψης. Εκεί γεννήθηκε η επιστημονική σκέψη και δεν είναι υπερβολή ότι ολόκληρος ο δυτικός πολιτισμός αναπτύχθηκε έχοντας ως βάση τον τρόπο σκέψης που διαμόρφωσαν και δίδαξαν οι αρχαίοι Έλληνες. Στην προσπάθεια να ικανοποιηθούν πνευματικές ανησυχίες και αναζητήσεις, γεννήθηκε στην Ιωνία, τον 6^ο αιώνα π.Χ, η φιλοσοφική σκέψη και αυτό ήταν η αρχή μιας λαμπρής πορείας του ελληνικού πνεύματος στην αναζήτηση της αλήθειας. Η φιλοσοφία συνδέθηκε στενά με τα μαθηματικά αφού και αυτά αποτελούν ένα ευρύτατο πεδίο πνευματικής αναζήτησης και γι' αυτό ασχολήθηκαν με αυτά σχεδόν όλοι οι αρχαίοι φιλόσοφοι.

Οι έννοιες της απόδειξης και της αξιωματικής θεμελίωσης πρωτοχρησιμοποιήθηκαν στην Ελλάδα και έπαιξαν καθοριστικό ρόλο στην πορεία εξέλιξης των Μαθηματικών. Αλλά και η Αστρονομία ως επιστήμη βρήκε πρόσφορο έδαφος ανάπτυξης στην αρχαία Ελλάδα. Είναι εντυπωσιακές οι αστρονομικές παρατηρήσεις και μετρήσεις που είχαν γίνει την εποχή εκείνη καθώς και τα αστρονομικά όργανα που είχαν κατασκευαστεί. Δίκαια λοιπόν οι νεώτεροι Έλληνες αισθανόμαστε υπερήφανοι για τους προγόνους μας και για αρκετούς σύγχρονους Έλληνες που δεν επαναπαύθηκαν και δεν έμειναν προσκολλημένοι στο πλούσιο ιστορικό παρελθόν αλλά πρόσθεσαν και αυτοί το δικό τους λιθαράκι στην μακραίωνη ιστορία του αρχαίου ελληνικού πνεύματος.

Θεωρούμε ότι τόσο οι μαθητές όσο και αυτοί που θα διαβάσουν αυτή την ερευνητική εργασία γνωρίζοντας το έργο και τη ζωή των αρχαίων Ελλήνων Μαθηματικών θα συνειδητοποιήσουν ότι τα Μαθηματικά έθεσαν τις βάσεις της δομημένης σκέψης και της ανθρώπινης λογικής. Η συγκεκριμένη εργασία θα βοηθήσει να δουν τη σχέση της μαθηματικής σκέψης με την ιστορία και τη φιλοσοφία. Αυτός ήταν και ο βασικός λόγος που μας έκανε να ερευνήσουμε τους Αρχαίους Έλληνες Μαθηματικούς και τα δημιουργήματά τους. Για την υλοποίησή της συγκεντρώσαμε όσα περισσότερα στοιχεία μπορέσαμε από σχετικά βιβλία και από το διαδίκτυο και αφού τα αξιολογήσαμε, διαμορφώσαμε την παρούσα εργασία.

Πολύτιμες πληροφορίες συγκεντρώσαμε τόσο κατά τη διάρκεια της επίσκεψής μας στο Μουσείο Αρχαίας Τεχνολογίας στο Κατάκολο όσο και από τη Δημόσια Δημοτική Βιβλιοθήκη του Πύργου. Φωτογραφίες από τις επισκέψεις αυτές υπάρχουν στο Παράρτημα (στο τέλος της εργασίας).

Επίσης, μετά την επίσκεψη στο Μουσείο Αρχαίας Τεχνολογίας δημιουργήσαμε ένα ηλεκτρονικό ερωτηματολόγιο σχετικό με το υπό διαπραγμάτευση θέμα που απευθύνονταν στους μαθητές που υλοποιούσαν την εργασία και το αναρτήσαμε στην ιστοσελίδα του σχολείου μας, για περιορισμένο χρόνο, ώστε να απαντηθεί κυρίως από αυτούς και έτσι να είναι πιο αξιόπιστα τα ευρήματα.

Οι εργασίες των τεσσάρων ομάδων καθώς και οι κατασκευές των μαθητών που πραγματοποιήθηκαν κατά τη διάρκεια της υλοποίησης της ερευνητικής εργασίας και διακόσμησαν την αίθουσά τους παρουσιάστηκαν στο τέλος της σχολικής χρονιάς στο εργαστήριο Πληροφορικής.

Στην εργασία αυτή υπεύθυνοι καθηγητές ήταν οι μαθηματικοί Δερμιτζιώτη Ευγενία και Διαμαντοπούλου Μαρία.

Οι μαθητές της Β' τάξης του Γενικού Λυκείου Ανδραβίδας που συμμετείχαν είναι:

Αδαμόπουλος Κωνσταντίνος
Βουρτσάνης Σταμάτης
Γεωργιοπούλου Αγγελική
Γεωργιόπουλος Θοδωρής
Γιάνναρης Δανιήλ
Γιαννούλα Φαίδρα
Δημητρόπουλος Ανδρέας
Ζούδιαρης Γιάννης
Κασσάρα Διονυσία-Μαρία
Κατσαούνιας Ανδρέας
Καπατσούλιας Σπύρος
Κασσάρα Άννα
Κάτσαρη Παναγιώτα
Κονταλή Αλεξάνδρα

Κονταλή Ευγενία

Λιναρδόπουλος Διονύσης

Μυλωνάκη Νίκη

Μηγιωτάκη Μαρία

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1

1.1 Τα ερευνητικά ερωτήματα

1. Ποιοι μαθηματικοί δημιούργησαν το «Ελληνικό θαύμα» στα Μαθηματικά και με ποιο τρόπο το κατόρθωσαν;
2. Ήταν πραγματικά τόσο μεγάλη η συμβολή τους στην επίλυση καθημερινών προβλημάτων;
3. Γιατί είναι τόσο σημαντικό να μάθουμε την πορεία αυτών των επιστημόνων;
4. Πως τα επιτεύγματα αυτά βοήθησαν στην ανάπτυξη της μαθηματικής επιστήμης και των άλλων επιστημών;
5. Ποιες γυναίκες ασχολήθηκαν με τα Μαθηματικά στην Αρχαία Ελλάδα;
6. Ποιες μονάδες μέτρησης χρησιμοποιούνταν στην αρχαία Ελλάδα και υπάρχουν και σήμερα σε σχετικές εκφράσεις που χρησιμοποιούμε στην καθημερινή μας ζωή;
7. Αφού τα Μαθηματικά έχουν σκοπό να λύσουν καθημερινά πρακτικά προβλήματα γιατί υπάρχει το φαινόμενο της "μαθηματικοφοβίας";

1.2 Το αρχαίο ελληνικό θαύμα

Η μαθηματική επιστήμη άρχισε να δημιουργείται κατά τους αρχαίους ελληνικούς κλασικούς χρόνους. Οι αρχαίοι Έλληνες τόλμησαν να κοιτάξουν τη φύση κατάματα και κατάφεραν να αναπτύξουν μια αξιοθαύμαστη συλλογιστική με την οποία εξήγησαν τις κινήσεις του ηλίου, της σελήνης, των πλανητών και τη γενική κατάσταση του σύμπαντος. Κατά τη διάρκεια αυτής της περιόδου, το μεγαλύτερο μέρος της μυθολογίας, η οποία είχε προέλθει από την αντίληψη ότι οι θεοί κυβερνούν το φυσικό κόσμο, άρχισε να καταρρέει. Ο Πλάτων, ο

Αριστοτέλης, ο Πυθαγόρας, ο Ευκλείδης και άλλοι μεγάλοι στοχαστές, ανέπτυξαν και προώθησαν τη θέση ότι ο κόσμος είχε σχεδιαστεί αρμονικά με μαθηματικό τρόπο και ότι οι ανθρώπινες λογικές δυνάμεις μπορούσαν να μελετήσουν αυτή την αρμονία.

Όλοι οι ιστορικοί της επιστήμης μιλούν για το «Ελληνικό θαύμα», οποιαδήποτε και αν είναι η γνώμη τους για τη συνεισφορά των Ανατολικών λαών στα Ελληνικά Μαθηματικά. Πράγματι, είναι βέβαιο ότι οι αρχαίοι Έλληνες δε δημιούργησαν τα πάντα μέσα από το μυαλό τους, αλλά επηρεάστηκαν και δανείστηκαν πολλές γνώμες από τους Αιγύπτιους και τους άλλους πολιτισμούς της Ανατολής. Οι Έλληνες ήταν μεγάλοι έμποροι και ταξίδευαν από άκρη σε άκρη σε όλο σχεδόν τον τότε γνωστό κόσμο. Ο Πυθαγόρας, ο Πλάτων και πολλοί άλλοι είχαν ταξιδέψει στην Ανατολή και στην Ασία. Ο Δημόκριτος είχε μαθητεύσει κοντά σε μεγάλους δασκάλους της Ανατολής, όπως εξάλλου και ο Πυθαγόρας. Στα κεφάλια όλων αυτών των μεγάλων στοχαστών αναπτύχθηκαν οι έννοιες της αφαίρεσης, της γενίκευσης, της ανάλυσης και της σύνθεσης. Όλες αυτές οι διαδικασίες της σκέψης με τις οποίες ήταν προικισμένο το ανθρώπινο μυαλό, χωρίς να τις έχει συνειδητοποιήσει κανείς άλλος μέχρι τότε, θα μπουν από εκείνη τη στιγμή στην υπηρεσία της ανθρώπινης σκέψης.

Για τους αρχαίους Έλληνες οι μαθηματικές ιδέες ήταν καθαρά αφηρημένες. Οι θεμελιώδεις έννοιες ήταν ο αριθμός και η μορφή. Ο ακέραιος αριθμός ήταν ένα κατασκεύασμα του μυαλού, μια «ιδέα» κατά την πλατωνική ονομασία του όρου. Όσο για τη μορφή, είναι γνωστό με τι επιμονή ο Πλάτων και ο Αριστοτέλης και πολλοί άλλοι ακόμη φιλόσοφοι, τόνιζαν την καθαρά λογική φύση αυτής της ιδέας η οποία μέχρι τότε στηριζόταν σε εμπειρική βάση. Για τον Έλληνα γεωμέτρη, ένα τρίγωνο ή ένας κύκλος υπήρχε μόνο στο μυαλό του ως ιδέα. Η ορατή εικόνα μια ατελής απεικόνιση αυτής της ιδέας και η συσχέτιση μεταξύ αυτών των δύο εννοιών είναι η ίδια με εκείνη μεταξύ μιας ιδέας και της λέξης η οποία την εκφράζει. Ακόμα παραπέρα όμως, αυτές οι «ιδέες» του αριθμού και των μορφών, αντιπροσώπευαν για τους αρχαίους Έλληνες αντικείμενα τόσο μεγάλης καθαρότητας, που συχνά τα χρησιμοποιούσαν ως βασικά συστατικά της μυστικής τους θεολογίας.

Το βασικό όμως συστατικό των αρχαίων Ελλήνων Μαθηματικών, που τα διαφοροποίησε από τις μέχρι τότε αποσπασματικές μαθηματικές γνώσεις, ήταν η έννοια της απόδειξης. Το σύνθημα των αρχαίων Ελλήνων μαθηματικών και φιλοσόφων ήταν: «Καμιά πρόταση χωρίς μια λογική απόδειξη». Η απόδειξη είχε σαν αποτέλεσμα να μετατρέψει τις μαθηματικές συνταγές των Αιγυπτίων, Βαβυλωνίων και Ασσυρίων σε μια συνεκτική μαθηματική επιστημονική γνώση. Οι γεωμέτρους συνειδητοποίησαν ότι υπήρχαν κάποιες προτάσεις οι οποίες πράγματι έπρεπε να γίνουν αποδεκτές ως προφανείς, ιδιαίτερα αυτές που αφορούσαν τη δυνατότητα και μοναδικότητα κάποιων κατασκευών. Από τη στιγμή αυτή γεννήθηκε η ιδέα των αξιωματικών. Με αυτούς τους στοιχειώδεις λογικούς κανόνες και κάποιους προσεκτικά διατυπωμένους ορισμούς, μπήκαν οι βάσεις για την επιστημονική ανάπτυξη της γεωμετρίας. Η απόδειξη ήταν η διαδικασία μέσω της οποίας, ξεκινώντας από αυτές τις θεμελιώδεις προτάσεις και κάνοντας χρήση των κανόνων της λογικής συμπερασματολογίας, θα κατέληγαν σε άλλες αλήθειες. Όλα τα βήματα της απόδειξης, ανάλυση, σύνθεση, διάφορες μορφές απόδειξης, όλες αυτές οι ιδέες ήταν γνωστές σ' αυτούς.

Ένα άλλο γνώρισμα των αρχαίων Ελληνικών Μαθηματικών, που ίσως εμπόδιζε και την παραπέρα ανάπτυξη τους, ήταν καλλιέργεια το κάθε τι το οποίο ήταν απλό, ωραίο και αρμονικό. Η ομορφιά βρισκόταν κατά τους αρχαίους Έλληνες στις ιδέες και όχι σ' εκείνο το οποίο προσθέτει ο άνθρωπος στις ιδέες του. Από την αντίληψη αυτή γεννώνται, για παράδειγμα, οι τέλει και οι φίλοι αριθμοί. Με βάση αυτή ακριβώς την αντίληψη περί αρμονίας και απλότητας, μπορούμε να ερμηνεύσουμε την αποστροφή των αρχαίων Ελλήνων για τους άρρητους αριθμούς. Στη γεωμετρία βρίσκουμε ξανά τις ίδιες προκαταλήψεις. Η σφαίρα, το ισόπλευρο τρίγωνο, το κανονικό τετράεδρο, τα κανονικά Πλατωνικά στερεά, θεωρούνταν ότι είχαν θεϊκή προέλευση και υπόσταση. Η αρχαία Ελληνική γεωμετρία δεν επιδιώκει τη δυσκολία όπως, για παράδειγμα, η γεωμετρία των Ιησουιτών. Η γνώση είναι ένα διανοητικό κατασκεύασμα. Για να ανακαλύψει κάτι το ανθρώπινο μυαλό, αρκεί να παρατηρήσει με προσοχή. Ο στοχαστής δεν δημιουργεί, δεν επινοεί ένα καινούργιο γεγονός, απλώς το επιβεβαιώνει. Αυτό ακριβώς το ιδεώδες της

καθαρότητας των εννοιών κράτησε τον Έλληνα Μαθηματικό μακριά από πρακτικούς, χρησιμοθηρικούς σκοπούς. Καμιά πρακτική εφαρμογή δεν γινόταν αντικείμενο μελέτης. Ο Πλάτων θεωρούσε ότι κάθε είδους πρακτική εφαρμογή της γεωμετρίας ερχόταν σε αντίθεση με τον καθαρά θεωρητικό της χαρακτήρα και το φιλοσοφικό της υπόβαθρο. Οι πρακτικές εφαρμογών των μαθηματικών δεν είχαν καμιά σχέση με την ενασχόληση ενός στοχαστή. Μόνο κατώτεροι πνευματικά άνθρωποι μπορούσαν να ασχοληθούν με τις εφαρμογές των μαθηματικών στις ανάγκες της καθημερινής ζωής. Αυτή όμως η άρνηση της επαφής με την εμπειρία, δημιούργησε μια πληθώρα σοβαρών προβλημάτων και σιγά σιγά συντέλεσε στην απομόνωση των Ελληνικών Μαθηματικών σε τεχνητούς γυάλινους πύργους, στους οποίους κλείνονταν για να στοχαστούν τις απλές και καθαρές ιδέες που ανακάλυπταν με τη βοήθεια της λογικής.

Θα πρέπει επίσης να τονιστεί ότι κανένας μεγάλος Έλληνας Μαθηματικός εκτός του Αρχιμήδη, όπως θα δούμε παρακάτω, δεν ενδιαφέρθηκε να περιγράψει και να εξηγήσει στους μαθητές του τη διαδικασία της μαθηματικής ανακάλυψης. Το πώς δηλαδή μπορεί να γίνει η ανακάλυψη μιας μαθηματικής πρότασης. Ενώ τα σπάνια της απόδειξης ήταν πολύ αυστηρά και ενώ χωρίς αυστηρή απόδειξη καμιά πρόταση δεν γινόταν αποδεκτή, οι αρχαίοι Έλληνες Μαθηματικοί δεν ασχολούνταν με την ανάλυση της φυσικής πορείας του ανθρώπινου μυαλού κατά τη διάρκεια της απόδειξης, ούτε ενδιαφέρονταν για το πώς οδηγήθηκε το μυαλό για να ανακαλύψει και να αποδείξει κάποιο θεώρημα ή γενικά μια μαθηματική πρόταση. Αυτός είναι ο βασικός λόγος που αυτές οι μαθηματικές αποδείξεις και συλλογισμοί φαίνονται τόσο τεχνητοί και ουρανοκατέβατοι σε μας, αλλά πολύ περισσότερο στους μαθητές μας. Αυτός ακριβώς ο αυστηρός και ανεξήγητος τρόπος παρουσίασης των μαθηματικών συλλογισμών στις αποδείξεις, έμελλε να επιδράσει καθοριστικά πάνω στα μαθηματικά και τη διδασκαλία τους για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα που φθάνει, χωρίς υπερβολή, μέχρι τις μέρες μας.

Αργότερα, βέβαια, κάποιοι μαθηματικοί αισθάνθηκαν να ασφυκτιούν μέσα σε όλο αυτόν τον κλοιό των περιοριστικών προϋποθέσεων για τη μελέτη των μαθηματικών. Έτσι, γρήγορα ανακάλυψαν τη συσχέτιση της γεωμετρίας με

την κινηματική και προώθησαν τις έννοιες της μάζας εκ παραλλήλου με τις γεωμετρικές ιδέες. Αυτό είχε ως αποτέλεσμα να αναπτυχθούν νέες έννοιες και ιδέες για τη λύση κλασικών γεωμετρικών προβλημάτων, οι οποίες ξεπερνούσαν κατά πολύ τα όρια της παραδοσιακής γεωμετρίας όπως, για παράδειγμα, η κογχοειδής καμπύλη του Νικομήδη ή η κισσοειδής του Διοκλέους. Αλλά με τον ερχομό του Αρχιμήδη μια ακόμη λαμπρή περίοδος αρχίζει για τα αρχαία Ελληνικά Μαθηματικά. Αυτός ο μεγάλος μαθηματικός, σε αντίθεση με τους προγενέστερους του, μα αποκαλύπτει στα συγγράμματα το, κυρίως στο έργο του Η Μέθοδος, το δρόμο που τον οδήγησε στις ανακαλύψεις του. Στη Μέθοδο, ο Αρχιμήδης μας περιγράφει και αναλύει με γλαφυρό τρόπο όλα τα στάδια και τις φάσεις, που πέρας η σκέψη του μέχρις ότου ανακαλύψει τις διάφορες μαθηματικές προτάσεις. Αν και ο ίδιος αργότερα αποκάλυψε αυτόν τον τρόπο παρουσίασης των μαθηματικών ιδεών ως ατελή και επέστρεψε στην παραδοσιακή μέθοδο της απόδειξης, εντούτοις οφείλουμε να ομολογήσουμε ότι η απόπειρα να περιγράψουν ορισμένες ευρετικές μέθοδοι, αποτελεί ένα σημαντικό σταθμό στη μαθηματική σκέψη και έχει τεράστια σημασία για τη διδακτική των μαθηματικών.

Στον Αρχιμήδη επίσης οφείλουμε την πρώτη μέθοδο για τον υπολογισμό των εμβαδών και των όγκων. Η μέθοδος αυτή ξεπερνά κατά πολύ την εποχή του, αφού υπερβαίνει τα τυπικά στάνταρντς, τις μεθόδους και τους περιορισμούς της παραδοσιακής αρχαίας Ελληνικής μαθηματικής σκέψης. Η μέθοδος αυτή της εξάντλησης, όπως αποκαλείται, είναι ο πρόδρομος της ολοκλήρωσης και στα έργα του Περί σφαίρας και κυλίνδρου, Περί ελίκων και Περί κωνοειδών και σφαιροειδών μπορεί να διακρίνει κανείς τις αρχές του ολοκληρωτικού λογισμού. Όλα τα έργα του Αρχιμήδη διαπνέονται από μια εκπληκτική πρωτοτυπία και διαύγεια σκέψης συνδυασμένη με αυστηρότητα στις αποδείξεις και μεγάλη ικανότητα στις υπολογιστικές τεχνικές. Παρ' όλο, βέβαια, που μπορούμε να διακρίνουμε στον Αρχιμήδη μια μεγαλοφυή προσπάθεια για να διευρύνει τη στενή οπτική ενατένισης των παραδοσιακών Ελληνικών μαθηματικών, δεν μπορούμε ωστόσο να πούμε ότι ξέφυγε καθοριστικά από το Ελληνικό ιδεώδες της εποχής του. Διατήρησε την κλασική παράδοση, μολονότι κατάφερε να ξεπεράσει τις δυσκολίες της έννοιας του απείρου με τις μεγαλοφυείς τεχνικές του. Έτσι η ενότητα της Ελληνικής

μαθηματικής επιστήμης, μπορούμε να πούμε ότι παραμένει ακόμα αναλλοίωτη.

Το μεγάλο ρήγμα στα Ελληνικά μαθηματικά, προήλθε από τις συσχετίσεις μεταξύ αριθμών και μεγεθών. Στην αρχή, οι αρχαίοι Έλληνες μαθηματικοί αισθάνθηκαν μεγάλη ικανοποίηση, ανακαλύπτοντας κάποιες συσχετίσεις, όπως τις αναλογίες ή τα σχήματα των οποίων οι πλευρές είχαν κάποια απλή συσχέτιση. Όλα αυτά ικανοποιούσαν για ένα πολύ μεγάλο χρονικό διάστημα το ιδεώδες της ομορφιάς και της απλότητας. Οι Πυθαγόρειοι κυρίως ενδιαφέρθηκαν περισσότερο γι' αυτά τα ζητήματα και διακήρυσσαν ότι όλα τα πράγματα είναι αριθμοί και μπορούν να κατασκευαστούν από τη μονάδα. Το περίφημο όμως Πυθαγόρειο θεώρημα αποδείχθηκε τελικά μια συμφορά για τα Ελληνικά μαθηματικά, αφού με τη βοήθεια του ανακαλύφθηκαν οι άρρητοι ή ασύμμετροι αριθμοί, οι οποίοι δεν ήταν δυνατόν να παραχθούν από τη μονάδα, σύμφωνα πάντα με τις αντιλήψεις των Πυθαγορείων. Η ενότητα των Ελληνικών μαθηματικών άρχισε να ραγίζει από αυτή την ανακάλυψη, η οποία ανέτρεπε ουσιαστικά την αρμονία ανάμεσα στην αριθμητική και στη γεωμετρία.

Συμπερασματικά, θα μπορούσαμε να πούμε ότι η Ελληνική Μαθηματική επιστήμη οφείλει τα μέγιστα στο ιδεώδες της ομορφιάς και της αρμονίας του αρχαίου Ελληνικού πνεύματος. Οι πρωτότυπες μεγαλοφυείς ιδέες, η προσήλωση στη διαύγεια και καθαρότητα των συλλογισμών, το ενδιαφέρον για αυστηρότητα και ακρίβεια, έθεσαν τις βάσεις της πραγματικής μαθηματικής επιστήμης κατά το πνεύμα που την εννοούμε σήμερα. Βέβαια, η απροθυμία των Ελλήνων μαθηματικών να προδώσουν το ιδεώδες της θείας τελειότητας και αρμονίας της επιστήμης τους, τους εμπόδισε να εξερευνήσουν τα επικίνδυνα μονοπάτια που ανοίχθηκαν μπροστά τους ως αποτέλεσμα των ανακαλύψεών τους. Έτσι η μαθηματική επιστήμη, η οποία θα μπορούσε να χαρακτηριστεί τέλεια -αν και πολύ περιορισμένη σε έκταση- με το κλείσιμο της Ελληνικής εποχής, θα έπρεπε να περιμένει αρκετούς αιώνες μέχρις ότου προχωρήσει σ' ένα νέο επίπεδο ανάπτυξης.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2

Η ΖΩΗ ΚΑΙ ΤΟ ΕΡΓΟ ΤΩΝ ΑΡΧΑΙΩΝ ΕΛΛΗΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με αρχαίους Έλληνες μαθηματικούς και θα αναφέρουμε μερικές πληροφορίες όσον αφορά τη ζωή και το έργο τους ώστε να απαντήσουμε στο ερευνητικό ερώτημα, ποιοι αρχαίοι Έλληνες μαθηματικοί δημιούργησαν το αρχαίο ελληνικό θαύμα.

2.1.1 Ευκλείδης



Ο Ευκλείδης έζησε στην Αλεξάνδρεια της Αιγύπτου την εποχή του Πτολεμαίου Α' (306-283 π.Χ.). Ο Ευκλείδης δίδαξε μαθηματικά στο «Μουσείο» της Αλεξάνδρειας σαν διευθυντής, μέχρι το 285 π.Χ., που πέθανε. Το σπουδαιότερο έργο του είναι «Τα Στοιχεία», 13 βιβλία τα οποία περιέχουν όλα τα μαθηματικά που δίδαξαν οι προηγούμενοι αρχαίοι Έλληνες.

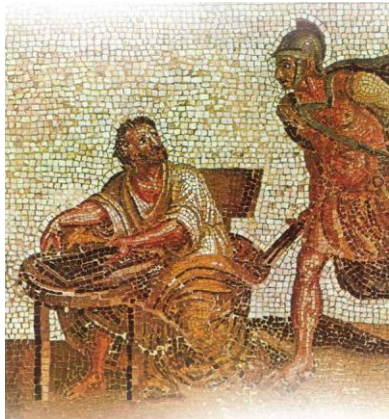
Έδωσε νέους ορισμούς και 5 αιτήματα. Το 5^ο από αυτά λέγεται αξίωμα παραλληλίας. Παρόλα αυτά δεν το δέχονται οι νεότεροι μαθηματικοί που έγραψαν μη Ευκλείδειες Γεωμετρίες οι οποίες ισχύουν στο σύμπαν με μεγάλες αποστάσεις, ταχύτητες και χρόνους. Μάλιστα η Γεωμετρία που διδάσκεται στα σχολεία όχι μόνο της Ελλάδας αλλά και όλου του κόσμου, φέρει το όνομά του (Ευκλείδεια Γεωμετρία) γιατί έχει στηριχτεί στα 10 αυτά βιβλία. Ο Ευκλείδης έχει διατυπώσει και τα τρία κριτήρια για την ισότητα τριγώνων.



2.1.2 Αρχιμήδης

Μαθηματικός, εφευρέτης, μηχανικός, αστρονόμος, από τους επιφανέστερους της αρχαιότητας. Θεμελιωτής της θεωρητικής μηχανικής και ο μεγαλύτερος εφευρέτης της εποχής του (287-212).

Ήταν γόνος πλούσιας και σπουδαίας οικογένειας, γιος του αστρονόμου Φειδία και συγγενής του τυράννου των Συρακουσών σύμφωνα με τη γνωστή παράδοση. Ταξίδεψε στην Αίγυπτο όπου σπούδασε στην Αλεξάνδρεια που ήταν τότε το πνευματικό κέντρο της εποχής. Δάσκαλοί του στην μαθηματική επιστήμη ήταν οι διάδοχοι του Ευκλείδη. Έγινε μάλιστα φίλος με τον διάσημο μαθηματικό Κώνωνα τον Σάμιο. Είχε επιστημονική επαφή με τον Ερατοσθένη της Κυρήνειας, διευθυντής της βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας.



Επιστρέφοντας στις Συρακούσες αφιερώθηκε στην μαθηματική έρευνα και στην πραγματοποίηση διάφορων μηχανικών εφευρέσεων. Οι εφευρέσεις του τον έκαναν διάσημο και έφτασαν μέχρι εμάς μέσα από την παράδοση και τα έργα μεταγενέστερων. Οι μηχανές που επινόησε χρησιμοποιήθηκαν με σημαντικά αποτελέσματα εναντίον των Ρωμαίων στην πολιορκία των Συρακουσών. Επινόησε καταπέλτες, κατασκεύασε μηχανές για εκτόξευση βλημάτων και πρωτότυπες βλητικές μηχανές. Στην αστρονομία ο Αρχιμήδης είναι «μοναδικός παρατηρητής του ουρανού και των αστερών». Ο Ίππαρχος μας λέει ότι ο Αρχιμήδης ασχολήθηκε με την μελέτη των ηλιοστασίων καθώς και με τον υπολογισμό της διάρκειας του έτους. Ο Μακρόβιος αναφέρει ότι ο Αρχιμήδης ανακάλυψε τις αποστάσεις των πλανητών. Στα μαθηματικά, που ο ίδιος θεωρούσε ως πιο σημαντικά, παρουσίασε την μέθοδο του προσδιορισμού του αριθμού π, και βρήκε τους τύπους πρόσθεσης και αφαίρεσης τόξων. Υπολόγισε τον εμβαδόν της σφαίρας και του κυλίνδρου. Μελέτησε διάφορα στερεά εκ περιστροφής όπως τα στερεά που παράγονται από περιστροφή έλλειψης υπερβολής και παραβολής γύρω από έναν άξονα. Τέλος επινόησε στο σύνολο την υδροστατική επιστήμη, την οποία ανέπτυξε πλήρως. Ο Αρχιμήδης, αλλά και οι πιο αρχαίοι επιστήμονες, έκρυβαν από τους μεταγενέστερους την μέθοδο ανάλυσης που χρησιμοποιούσαν ώστε οι πιο σύγχρονοι μαθηματικοί να θεωρούν ευκολότερο να επινοήσουν μία νέα ανάλυση παρά να αναζητήσουν την παλιά. Όπως για τον Πυθαγόρα και τον Πλάτωνα, έτσι και για τον Αρχιμήδη, οι μορφές και τα απτά πράγματα είναι σκιές ή πιο χοντροειδής καταστάσεις ανώτερων ιδεών.

2.1.3 Διόφαντος



Ο Έλληνας μαθηματικός Διόφαντος έζησε τον 3^ο αιώνα μ.Χ. στην Αλεξάνδρεια της Αιγύπτου. Η μεθοδολογία και η συλλογική του Διόφαντου στην αναζήτηση λύσης των προβλημάτων σε μορφή εξισώσεων υπήρξε θεμελιώδης στην εξέλιξη του κλάδου των μαθηματικών στην Άλγεβρα. Την Άλγεβρα την εξέλιξε σε τέτοιο βαθμό ώστε να θεωρείται πατέρας της. Έθεσε τις βάσεις σε μία σημαντική πτυχή των σύγχρονων μαθηματικών, τη διοφαντική ανάλυση, δίνοντας μία μεθοδολογία επίλυσης απροσδιόριστων εξισώσεων με πολλαπλές λύσεις. Επίσης θεωρείται πρόδρομος του μαθηματικού συμβολισμού. Εισάγοντας πρώτος σύμβολα στις άγνωστες μεταβλητές των προβλημάτων. Σήμερα είναι γνωστά τα έργα του: «Αριθμητικά», «Περί Πολυγώνων Αριθμών», «Πορίσματα» και «Μοριαστικά». Ο Διόφαντος πέθανε σε ηλικία 84 ετών. Όταν πέθανε οι μαθητές του κατόπιν συνέθεσαν έναν γρίφο: Διαβάτη, σε αυτόν τον τάφο αναπαύεται ο Διόφαντος. Σε εσένα που είσαι σοφός, η επιστήμη θα δώσει το μέτρο της ζωής του. Άκουσε. Ο Θεός του επέτρεψε να είναι νέος για το ένα έκτο της ζωής του. Ακόμα ένα δωδέκατο και φύτευσε το μαύρο γένι του. Μετά από ένα έβδομο ακόμα, ήρθε του γάμου του η μέρα. Τον πέμπτο χρόνο αυτού του γάμου γεννήθηκε ένα παιδί. Τι κρίμα για τον νεαρό του γιο. Αφού έζησε μονάχα τα μισά χρόνια του πατέρα του, γνώρισε την παγωνιά του θανάτου. Τέσσερα χρόνια αργότερα, ο Διόφαντος βρήκε παρηγοριά στη θλίψη του, φτάνοντας στο τέλος της ζωής του.

2.1.4 Πτολεμαίος



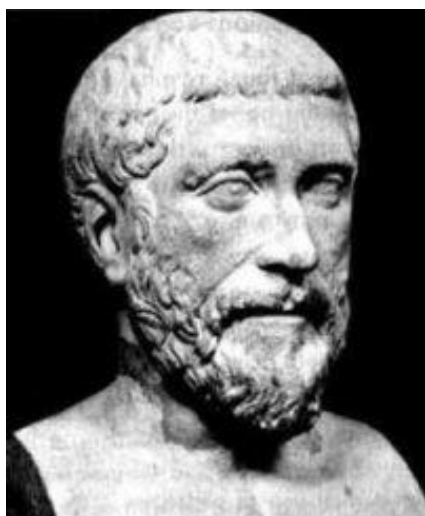
Γεννήθηκε στο Πτολεμαΐδι περίπου το 884 π.Χ και προερχόταν από επαναστατική οικογένεια. Υπήρξε μέγας μαθηματικός, αστρονόμος, αστρολόγος, γεωγράφος και φυσικός. Πέθανε στον Κάνωβον 936-944π.Χ

Συστηματοποίησε την αστρονομία με την αστρολογία των Ελλήνων και άφησε σημαντικά

έργα όπως την μαθηματική σύνταξη , τα μηχανικά βιβλία και το βιβλίο περί ροπών

Έγραψε την «Τετράβιβλο» που προσεγγίζει επιστημονικά την θεωρία των Αστρικών Λόγων και δίνει τα μήκη των χορδών ενός κύκλου ακτίνας 60 στον Πίνακα των Χορδών. Κατάφερε να συνοψίσει πολλά θέματα των προγενέστερων και έτσι να τα διδάξει και να τα διαδώσει.

2.1.5 Πυθαγόρας



Γεννήθηκε στην Σάμο το 586π.Χ.

Σπούδασε στην Ελλάδα και στη Μέση Ανατολή Μαθηματικά και Φιλοσοφία και έγινε μέρος του ιατρείου σαν ιερέας μαθηματικός.

Συνελήφθη από τους Πέρσες και πουλήθηκε σαν δούλος στην Βαβυλώνα. Κατέληξε στο μαντείο των Δελφών σαν ιερέας-μάντης.

Πέθανε στο Μεταπόντιο το 500π.Χ

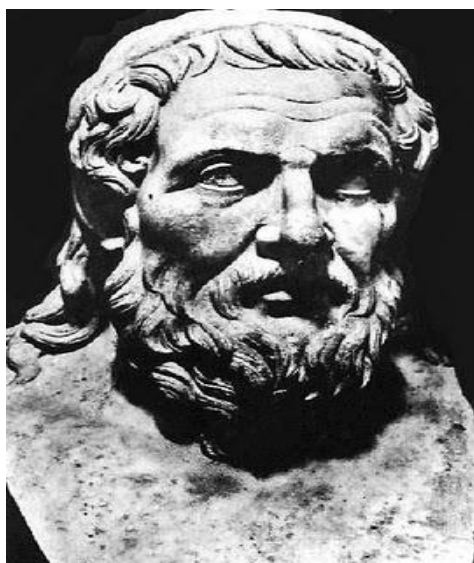
Βασική αποστολή του ήταν η κατανόηση του κόσμου μέσα από τα μαθηματικά. Έχοντας δασκάλους όπως ο Θαλής, ο Πυθαγόρας έθεσε ως στόχος όχι απλά να φαίνεται έξυπνος στα Μαθηματικά αλλά με αυτά να δίνει νόημα σε ότι υπάρχει γύρω του. Βασίστηκε σε προηγούμενες θεωρίες και ανέπτυξε τρόπους για να αποδεικνύει μαθηματικές σχέσεις, ανάμεσα στις οποίες υπήρξε και το περίφημο Πυθαγόρειο θεώρημα, το οποίο αποδίδεται στον Πυθαγόρα όχι γιατί ήταν ο πρώτος που το διατύπωσε αλλά γιατί κατάφερε να αναπτύξει μία απόδειξη- μία μέθοδο με την οποία μπορούσε να διαπιστωθεί με μαθηματικό τρόπο ότι το θεώρημα ήταν πράγματι αληθινό.

Κάθε του ενέργεια είχε στόχο να αναπτύξει ένα τρόπο ασκητικής και ενάρετης ζωής και οργάνωνε ομάδες μαθητών και οπαδών προσπαθώντας να ενώνει πάντα τη ζωή του με τη μάθηση. Στη Σάμο ίδρυσε σχολή με το όνομα «Ημικύκλιο» και βασικές αρχές αυτές του μυστικισμού και αργότερα στον Κρότωνα, μία πόλη στα ανατολικά της Νότιας Ιταλίας, ίδρυσε μία νέα κοινότητα τους Πυθαγόρειους. Τα μέλη όφειλαν να σέβονται έναν αυστηρό κώδικα και απαγορευόταν να μιλούν σε οποιονδήποτε που δεν ήταν μέλος

της κοινότητας αυτής. Αυτή η μυστικότητα αποδείχθηκε καταστροφική αφού πολλές από τις εργασίες τους δεν κατάφεραν να περάσουν στις επόμενες γενιές. Ο πιο κλειστός κύκλος ήταν οι μαθηματικοί και σε αυτόν μπορούσαν να συμμετέχουν και γυναίκες, παρότι ήταν κάτι ασυνήθιστο για την εποχή εκείνη. Οι Πυθαγόρειοι ζούσαν απλά και αρμονικά με τη φύση, δεν έτρωγαν κρέας και αρνούσαν να φορέσουν ρούχα που ήταν φτιαγμένα από ζώα.

Ο Πυθαγόρας ανακάλυψε ότι οι αναλογίες δεν περιορίζονταν μόνο στα Μαθηματικά αλλά μπορούσαν να συνθέσουν και μουσική. Μετά από πειραματισμό παρατήρησε ότι οι χορδές παράγουν αρμονικούς τόνους όταν οι λόγοι των μηκών των χορδών είναι ακέραιοι αριθμοί. Η αρχή αυτή λειτούργησε σε κάθε έγχορδο όργανο που την εφάρμοσε και φαινόταν ότι αποτελεί μία ακόμα παγκόσμια αρχή.

2.1.6 ΑΠΟΛΛΩΝΙΟΣ Ο ΠΕΡΓΑΙΟΣ (265-170 π.χ.)



Υπήρξε μεγάλος μελετητής της γεωμετρίας. Σπούδασε και δίδαξε στην Αλεξάνδρεια. Θεωρείται σαν ο τρίτος μεγαλύτερος μαθηματικός μετά τον Αρχιμήδη και τον Ευκλείδη.

Από το πλήθος των έργων του ελάχιστα σεβάστηκε ο χρόνος με κορυφαία από αυτά τα «Κωνικά» του. Ήταν σπουδαίος μαθηματικός της Αρχαιότητας, γνωστός ως ο Μέγας Γεωμέτρης. Έμεινε στην ιστορία

της επιστήμης με το σπουδαίο έργο του τα Κωνικά, που είναι ένα από τα σημαντικότερα επιστημονικά έργα του αρχαίου κόσμου.

Ο Απολλώνιος είναι ο γεωμέτρης που για πρώτη φορά εισήγαγε τους όρους έλλειψη, υπερβολή και παραβολή για τις κωνικές τομές.

Εισήγαγε επίσης τα συστήματα της έκκεντρης και επικυκλικής κίνησης για να εξηγήσει τις τροχιακές κινήσεις των πλανητών. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει η εργασία του για τον προσδιορισμό των σημείων.

Η προσφορά του Απολλώνιου στην ελληνική μαθηματική αστρονομία είναι καταλυτική αφού εισήγαγε γεωμετρικά μοντέλα τροχιών για να εξηγήσει τις ιδιόμορφες φαινόμενες κινήσεις των πλανητών στην αρχαία σφαίρα.

Στη συνέχεια παραθέτουμε κάποια από τα έργα του, από τα οποία άλλα σώθηκαν και άλλα χάθηκαν. Αυτά που σώθηκαν είναι τα εξής: Κωνικά (8 βιβλία), περί λόγου αποτομής (2 βιβλία), κατασκευή δυο μέσων αναλόγων και σύγκριση 12/εδρου και 20/εδρου. Ενώ αυτά που χάθηκαν είναι: Περί χωρίου αποτομής (2 βιβλία), περί επαφών (2 βιβλία), περί νεύσεων (2 βιβλία), επίπεδοι τόποι (2 βιβλία), περί ατάκτων αλόγων, ωκυτόκιο, περί κοχλίου ή ελίκων, η καθόλου πραγματεία, περί του πυρίου, περί την κατασκευής υδραυλικού αρμονίου, αστρονομικό σύγγραμμα αγνώστου τίτλου, θεωρία αριθμών, περί λογιστικών, αναλυόμενος τόπος, κατασκευές ωρολογίων, οπτική και διορισμένη τομή.

2.1.7 ΙΠΠΑΡΧΟΣ Ο ΝΙΚΑΕΥΣ (190-120 π.Χ.)



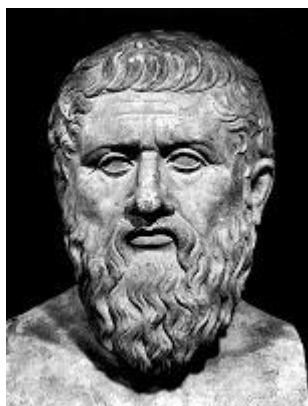
Ο Ίππαρχος γεννήθηκε στη Νίκαια της Βιθυνίας. Έζησε μεταξύ των ετών 190 και 120 π.Χ. , πέρασε το μεγαλύτερο μέρος της ζωής του στη Ρόδο γι'αυτό και επονομάστηκε και Ρόδιος.

Μεγάλος μαθηματικός, δίδαξε στη Ρόδο και την Αλεξάνδρεια. Υπολόγισε με απόλυτη μαθηματική ακρίβεια τη διαδοχή των εκλείψεων , με όργανα τα οποία ανακάλυψε και ο ίδιος. Συνέβαλε εξαιρετικά στη μαθηματικοποίηση της ελληνικής Αστρονομίας και στην ολοκλήρωση της μαθηματικής Γεωγραφίας . Εφηύρε τη «Διόπτρα» , γνωστή ως «Διόπτρα του Ιππάρχου» , για την μέτρηση οριζοντίων και κατακόρυφων γωνιών , τον «Αστρολάβο» για μετρήσεις στην ουράνια σφαίρα , το «Μετεωροσκόπιο» , δηλαδή τον επιπεδόσφαιρο αστρολάβο. Έθεσε τις βάσεις της Τριγωνομετρίας , διόρθωσε το γεωγραφικό χάρτη του Ερατοσθένη.

Λόγω της σπουδαίας ερευνητικής και συγγραφικής δουλειάς του , ο Ίππαρχος αποκλήθηκε πατέρας και θεμελιωτής της μαθηματικής Αστρονομίας. Επίσης , εισήγαγε την υποδιαίρεση του κύκλου σε 360 μοίρες. Συγκρότησε πίνακα χορδών κύκλου , στον οποίο έδινε τα μήκη των χορδών δοσμένου κύκλου (ίσως $R=60$) , συναρτήσει των επίκεντρων γωνιών τους.

Μερικά από τα έργα του που σώθηκαν είναι: «Των Αράτου και Ευδόξου Φαινομένων εξηγήσεως βιβλία γ´», «Εις Αστερισμούς ή περί των Απλανών», «Περί μεγέθων και συστημάτων Ηλίου και Σελήνης», «Περί εμβολίων μηνών τε και ημερών», «Παραλακτικών βιβλία δύο», «Περί της των ιβ ζωδίων αναφοράς», «Περί της μεταπτώσεως», «Περί της των συνανατολών πραγματείας», «Περί εκλείψεων Ηλίου κατά τα επτά κλίματα», «Περί της πραγματείας εν κύκλω ευθειών βιβλία ιβ» και «Προς τον Ερατοσθένη και τα εν τη Γεωγραφία αυτού λεχθέντα».

2.1.8 ΠΛΑΤΩΝΑΣ (428-348 π.Χ)



Ο Πλάτωνας γεννήθηκε το 428 π.Χ. στην Αθήνα από αριστοκρατική οικογένεια , μιας και ο πατέρας του ο Αρίστων καταγόταν από τους πρώτους βασιλείς των Αθηνών και η μητέρα του συγγένευε με τον Σόλωνα.

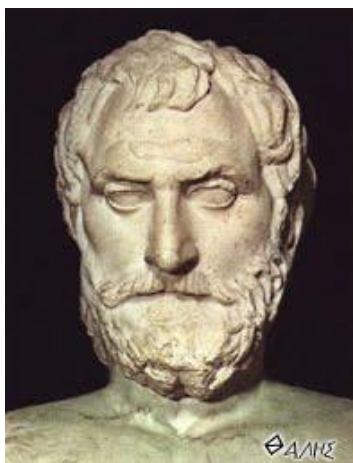
Ανάμεσα στους διανοούμενους ο Πλάτωνας υπήρξε ένας φυσικός , αλλά και πνευματικός γίγαντας. Η παράδοση υποστηρίζει ότι το αρχικό όνομα του ήταν Αριστοκλής , αλλά στο σχολείο απέκτησε το παρατσούκλι Πλάτωνας λόγω του μεγέθους του στέρνου και του μετώπου του.

Το 409 π.Χ. ο Πλάτωνας έγινε μαθητής του Σωκράτη όμως μετά το θάνατο του , ο Πλάτωνας έφυγε για τα Μέγαρα μαζί με τον Ευκλείδη πριν ξεκινήσει τα ταξίδια του για την Ελλάδα, την Αίγυπτο και τις ελληνικές πόλεις στην νότια Ιταλία. Κατά την διάρκεια των ταξιδιών του συναντά τους Πυθαγόρειους και αναπτύσει φιλία με τον Διόν γαμπρό του άρχοντα των Συρακουσών καθώς επίσης έγραφε την πρώτη ομάδα από τους Διαλόγους.

Σε ηλικία 40 ετών ο Πλάτωνας ίδρυσε στην Αθήνα την Ακαδημία , δηλαδή το πρώτο πανεπιστήμιο στην Ευρώπη το οποίο κάλυπτε πολλά θέματα διδασκαλίας , όπως Βιολογία , Αστρονομία , Μαθηματικά , Πολιτικές Επιστήμες και Φιλοσοφία. Όταν η Ακαδημία λειτούργησε ο Πλάτωνας ανέπτυξε τη θεωρία των «δογμάτων» ή «ιδεών». Τα δόγματα σύμφωνα με τον Πλάτωνα είναι αιώνια , αναλλοίωτα , αμετάβλητα και παγκόσμια δεν δημιουργούνται ούτε δημιουργούν. Απλά υπάρχουν.

Αργότερα επισκέπτεται πάλι την Σικελία και προσπαθεί να εκπαιδεύσει τον Διονύσιο ΙΙ να γίνει φιλόσοφος βασιλιάς , αλλά αποτυγχάνει. Τελικά πεθαίνει κατά τη διάρκεια του ύπνου του το 348 π.Χ.

2.1.9 Θαλής ο Μιλήσιος (624-547 π.Χ)



Ο Θαλής ήταν ένας από τους επτά σοφούς της Αρχαίας Ελλάδας. Καταγόταν από την Μίλητο της Ιωνίας. Ταξίδεψε στην Αίγυπτο και στην Βαβυλώνα και γνώρισε από κοντά τον πολιτισμό των αρχαίων αυτών λαών.

Μερικά από τα επιστημονικά επιτεύγματα που του αποδίδονται είναι τα εξής:

- Μέτρησε το ύψος των πυραμίδων.
- Πρόβλεψε την έκλειψη του Ηλίου που

έγινε το 585 π.Χ.

- Μετρούσε την απόσταση ενός πλοίου από το λιμάνι χρησιμοποιώντας μια καινοτόμο μέθοδο.

Ο Θαλής άλλαξε τον τρόπο που αντιλαμβανόμαστε τον κόσμο. Η βασική αρχή ότι μπορεί κανείς να καταλάβει ένα φαινόμενο κατόπιν συστηματικής μελέτης των παραγόντων που το δημιουργούν αποτέλεσε τη βάση της φιλοσοφίας και της επιστήμης από την εποχή του μέχρι σήμερα. Είναι ο πρώτος φιλόσοφος που επιχείρησε να ερμηνεύσει τον κόσμο απορρίπτοντας τους μύθους της εποχής του και διατυπώνοντας ότι όλα τα πράγματα και τα φαινόμενα στη φύση έχουν ως αρχή το νερό αφού αυτό είναι βασικό για την ύπαρξη της ζωής. Η ύπαρξή τους συνδέεται με την ανάπτυξη ενώ η έλλειψή του με τον

θάνατο. Το νερό επίσης μπορεί να γίνει αρκετά αραιό και να μετατραπεί σε αέρα και αρκετά πυκνό και να μετατραπεί σε στερεό, όπως το έδαφος.

Παράλληλα, ασχολήθηκε ενεργά με διάφορες δραστηριότητες όπως προβλήματα κατασκευών και μηχανικής, αλλά ακόμη και με την πολιτική.

Η μεγαλύτερή του ωστόσο προσφορά στην ανθρωπότητα είναι ότι ήταν ο πρώτος που χρησιμοποίησε τις αποδείξεις στα μαθηματικά, το κύριο εργαλείο για την πρόοδο των επιστημών. Η τεράστια αυτή έμπνευση προήγαγε τη γεωμετρία από το επίπεδο των εμπειρικών γνώσεων αποκλειστικά για πρακτική χρήση στο επίπεδο της επιστήμης και έθεσε τα θεμέλια της θεωρητικής έρευνας σε όλους τους τομείς της ανθρώπινης δραστηριότητας. Για αυτή του την προσφορά εξασφάλισε τον τίτλο «Πατέρας των Μαθηματικών» και το 582 π.Χ χαρακτηρίστηκε ως ο σοφότερος των επτά σοφών. Η ανακάλυψη της αποδεικτικής διαδικασίας ενίσχυσε σημαντικά την ανάπτυξη του ελληνικού πολιτισμού.

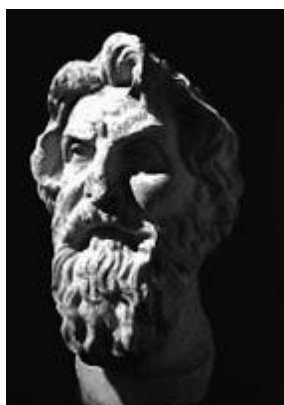
Μερικές από τις προτάσεις της γεωμετρίας που αποδίδονται στο Θαλή είναι οι παρακάτω:

- 1) Η διάμετρος κάθε κύκλου χωρίζει τον κύκλο σε δύο ίσα τόξα.
- 2) Οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες.
- 3) Οι προσκείμενες στη βάση γωνίες του ισοσκελούς τριγώνου είναι ίσες.
- 4) Η εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι ορθή.
- 5) Δύο τρίγωνα είναι ίσα, όταν μια πλευρά και οι προσκείμενες σ' αυτή γωνίες του ενός είναι ίσες με μια πλευρά και τις προσκείμενες σ' αυτή γωνίες του άλλου.

Η αυθεντική εργασία του δεν έχει διασωθεί. Όσα γνωρίζουμε γι' αυτόν προέρχονται από τα χειρόγραφα των μεταγενέστερων φιλοσόφων και ερευνητών.

Από τις μαρτυρίες του βιογράφου του 3^{ου} αιώνα, Διογένη του Λαέρτιου, ο Θαλής ήταν δεινός αθλητής και πέθανε από θερμοπληξία ενώ παρακολουθούσε την 58^η Ολυμπιάδα.

2.1.10 Αρίσταρχος ο Σάμιος (320-250 π.Χ)



Υπήρξε καινοτόμος μαθηματικός και αστρονόμος. Ανακάλυψε τον Ηλιοκεντρισμό, σύμφωνα με το οποίο το κέντρο του γνωστού σύμπαντος είναι όχι η Γη, αλλά ο Ήλιος. Έζησε στην Αθήνα και σπούδασε στην περιπατητική σχολή του Αριστοτέλη και αργότερα στην Αλεξάνδρεια. Λέγεται πως περίπου το 280 π.Χ. μελέτησε το θερινό ηλιοστάσιο στην Αθήνα.

Καταδικάστηκε «επί ασεβεία» στην Αθήνα εξαιτίας της Ηλιοκεντρικής του θεωρίας, η οποία απορρίφθηκε έντονα και κατέφυγε στην Αλεξάνδρεια.

Από τα έργα του διασώζεται μόνο μια μικρή πραγματεία με αστρονομικούς υπολογισμούς («Περί μεγεθών και αποστημάτων Ηλίου και Σελήνης»), η οποία αναφέρεται στον Γεωκεντρισμό και διδάσκει μεθόδους υπολογισμού των παραπάνω αποστάσεων.

Παράλληλα ο Αρίσταρχος επιχείρησε να μετρήσει το μέγεθος της Σελήνης, αλλά και να υπολογίσει το μέγεθος του Ήλιου και την απόστασή του από την Σελήνη. Αν και το συμπέρασμά του, ότι ο Ήλιος έχει είκοσι φορές μεγαλύτερη διάμετρο από τη Σελήνη είναι υπολογιστικά ορθό, είναι λανθασμένο αφού στηρίζεται σε λάθος δεδομένα. Η εκτίμησή του αυτή υποδεικνύει ότι ο Ήλιος είναι μεγαλύτερος από τη Γη, κάτι που υποστηρίζει το Ηλιοκεντρικό μοντέλο.

2.2 ΓΥΝΑΙΚΕΣ ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΑΔΑ

Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με τις αρχαίες Ελληνίδες Μαθηματικούς και πιο συγκεκριμένα με τη ζωή και το έργο τους. Οι Ελληνίδες Μαθηματικοί αν και είχαν αξιόλογο έργο, δυστυχώς έμειναν στην αφάνεια εξαιτίας του φύλου τους, της εξαφάνισης διαφόρων ιστορικών μαρτυριών, ιδιαίτερα με την καταστροφή της βιβλιοθήκης της Αλεξάνδρειας και της απόδοσης των εργασιών τους σε άνδρες επιστήμονες. Προέρχονταν από διάφορες γωνιές του Ελληνικού κόσμου και οι περισσότερες ήταν προνομιούχες γυναίκες με σπουδές πέραν της βασικής εκπαίδευσης.

Οι πιο γνωστοί έλληνες Μαθηματικοί που γνωρίζουμε, από την αρχαία Ελλάδα, είναι άνδρες. Εκτός όμως από τους άνδρες υπήρχαν και οι σπουδαίες γυναίκες Μαθηματικοί, με τις οποίες θα ασχοληθούμε στα πλαίσια αυτής της εργασίας.

2.2.1 Αίθρα (10^{ος} -9^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Αίθρα ήταν η μητέρα του Θησέα. Δίδασκε τα παιδιά της Τροιζήνας πρακτική αριθμητική (λογιστική). Στηριζόταν στη χρήση του άβακα και συμβόλων κατά το κρητομηκοναϊκό σύστημα αρίθμησης.

2.2.2 Πολυγνώτη(6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Πολυγνώτη διακρίθηκε από τη σχολή της Ιωνίας. Ήταν μαθήτρια και σύντροφος του Θαλή. Κατά τον Βοήθιο, Ρωμαίο συγγραφέα, ήταν γνώστρια πολλών γεωμετρικών θεωρημάτων και συντέλεσε στην απλούστευση των μαθηματικών συμβόλων. Σύμφωνα με τον Βιτρούβιο η Πολυγνώτη διετύπωσε και απέδειξε πρώτη την πρόταση πως «Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικόκλιο είναι ορθή».

2.2.3 Θεμιστοκλέα (6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Θεμιστοκλέα ήταν ιέρεια των Δελφών. Δίδασκε τους επισκέπτες του μαντείου Μαθηματικά. Η γνώση και η σοφία της αποτέλεσαν αντικείμενο

θαυμασμού για τον Πυθαγόρα τον οποίο μύησε στις αρχές της αριθμοσοφίας. Αυτή αποτέλεσε την βασική αιτία για να δεχθεί ο Πυθαγόρας γυναίκες στη σχολή του.

2.2.4 Δεινώ (6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Δεινώ ήταν η πεθερά του Πυθαγόρα. Γνώριζε αριθμοσοφία και μελέτησε τους ελλειπείς αριθμούς.

2.2.5 Θεανώ η Θουρία (6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Θεανώ ήταν μαθήτρια και σύζυγος του Πυθαγόρα, με τον οποίο απέκτησε τρεις κόρες(Δαμώ, Μυία, Αριγνώτη) και δύο γιούς (Μνήσαρχο, Τηλαύγη). Ασχολήθηκε με τη θεωρία των αριθμών και έπαιξε κυρίαρχο ρόλο στη Πυθαγόρεια διδασκαλία. Δίδαξε μαθηματικά και αστρονομία στις Πυθαγόρειες σχολές της Σάμου και του Κρότωνα. Της αποδίδεται η άποψη της Χρυσής Τομής ενώ θεωρείται ως η διασημότερη γυναίκα αστρονόμος και κοσμολόγος.

2.2.6 Δαμώ (6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Δαμώ ήταν κόρη του Πυθαγόρα , η οποία δίδαξε τα πυθαγόρεια δόγματα στη σχολή του Κρότωνα. Της αποδίδονται η κατασκευή του κανονικού τετράεδρου και του κύβου, καθώς και η μέθοδος εγγραφής κανονικού δωδεκαέδρου σε σφαίρα.

2.2.7 Μυρία ή Μυία (6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Μυρία, κόρη του Πυθαγόρα, δίδαξε στη σχολή του Κρότωνα και ασχολήθηκε με τη γεωμετρία ενώ της αποδίδεται η επινόηση της αναλογίας.

2.2.8 Αριγνώτη (6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Αριγνώτη, κόρη του Πυθαγόρα, ήταν φιλόσοφος, συγγραφέας και μαθηματικός από τη Σάμο και έχαιρε μεγάλης εκτίμησης.

2.2.9 Φίντυς ή Φίλτυς (6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Φίντυς δίδαξε στη σχολή του Κρότωνα. Αναφέρεται ως εμπνεύστρια της ισότητας που συνδέει τις Πυθαγόρειες τριάδες.

2.2.10 Μελίσσα (6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Μελίσσα ασχολήθηκε με την κατασκευή κανονικών πολυγώνων εγγεγραμμένων σε κύκλο.

2.2.11 Τυμίχα (6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Τυμίχα ήταν Σπαρτιάτισσα. Ο τύραννος Διονύσιος της ζήτησε να του αποκαλύψει το περιεχόμενο της Πυθαγόρειας διδασκαλία και εκείνη αρνήθηκε παρά τη μεγάλη αμοιβή που της υποσχέθηκε.

2.2.12 Πτολεμαίς (6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Πτολεμαίς ήταν νεοπυθαγόρεια φιλόσοφος, μουσικός, μαθηματικός. Απέδειξε την αντιμεταθετική ιδιότητα για τους αριθμούς.

2.2.13 Διοτίμα (6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Διοτίμα ήταν από τη Μαντινεία, ιέρεια, γνώστρια της Πυθαγόρειας αριθμοσοφίας και της γεωμετρίας. Ήταν η μόνη γυναίκα που συμμετείχε στο συμπόσιο του Πλάτωνα και αναφέρεται ως «σοφή γυναίκα δασκάλα του Σωκράτη».

2.2.14 Βιτάλη ή Βιστάλα (6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Ήταν εγγονή του Πυθαγόρα και κόρη της Δαμούς. Γνώριζε τα Πυθαγόρεια μαθηματικά και δίδασκε γεωμετρία στην Αθήνα.

2.2.15 Περικτιόνη (6^{ος} -5^{ος} αιώνας π.Χ.)

Η Περικτιόνη ήταν Πυθαγόρεια φιλόσοφος, συγγραφέας, μαθηματικός και μητέρα του Πλάτωνα. Ο μεγάλος φιλόσοφος και μαθηματικός οφείλει σε αυτήν την πρώτη γνωριμία του με τα μαθηματικά.

2.2.16 Λασθενεία (4^{ος} π.Χ. αιώνας)

Η Λασθενεία προέρχονταν από την Μαντινεία και σπούδασε στην Ακαδημία του Πλάτωνα. Λέγεται ότι εισήλθε στην Ακαδημία ντυμένη σαν άνδρας καθώς

δεν επιτρέπονταν η είσοδος στις γυναίκες. Σύμφωνα με τον Αλεξανδρινό γραμματικό Αριστοφάνη τον Περιπατητικό σε αυτήν οφείλεται ο ορισμός της σφαίρας.

2.2.17 Αξιοθέα (4^{ος} π.Χ. αιώνας)

Η Αξιοθέα σπούδασε στην ακαδημία του Πλάτωνα και ασχολήθηκε ιδιαίτερα με τα μαθηματικά και την φυσική φιλοσοφία, διδάσκοντας σε Κόρινθο και Αθήνα .

2.2.18 Αρετή Κυρήνεια ή Αρήτη (4^{ος} – 3^{ος} π.Χ. αιώνας)

Η Αρετή σπούδασε στην ακαδημία του Πλάτωνα και έγραψε σαράντα τουλάχιστον βιβλία, ενώ δίδαξε μαθηματικά, φυσική και ηθική φιλοσοφία στην Αττική.

2.2.19 Λεοντία η Κορίνθια (4^{ος} – 3^{ος} π.Χ. αιώνας)

Η Λεοντεία έγραψε πολλές εργασίες αλλά δυστυχώς δε σώζεται καμία.

2.2.20 Νικαρέτη η Κορίνθια (4^{ος} – 3^{ος} π.Χ. αιώνας)

Η Νικαρέτη έγραψε πολλά έργα, τα οποία όμως χάθηκαν. Αναφέρεται ως « της Γεωμετρίας Θεραπαινίς» και σ' αυτήν οφείλονται οι αποδείξεις κάποιων θεωρημάτων.

2.2.21 Αγλαονίκη (4^{ος} – 3^{ος} π.Χ. αιώνας)

Η Αγλαονίκη ήταν Μαθηματικός και Αστρονόμος. Κατηγορήθηκε για μαγεία καθώς προέβλεπε εκλείψεις του Ηλίου και της Σελήνης.

2.2.22 Πανδροσίων(4^{ος} – 3^{ος} π.Χ. αιώνας)

Η Πανδροσίων ασχολήθηκε με την γεωμετρία και χώρισε μάλιστα τα προβλήματα του συγκεκριμένου κλάδου σε τρεις κατηγορίες.

2.2.23 Πυθαίης (2^{ος} – 1^{ος} π.Χ. αιώνας)

Η Πυθαίης ήταν κόρη του μαθηματικού Ζηνοδώρου και ασχολήθηκε με εμβαδά επιπέδων χωρίων.



2.2.24 Υπατία (Αλεξάνδρεια 370 μ.Χ.-415μ.Χ.)

Η Υπατία ήταν η πιο γνωστή Μαθηματικός και Φιλόσοφος της Αρχαιότητας. Ήταν κόρη του Θέμωνα Μαθηματικού Φιλοσόφου και Αστρονόμου. Αυτός φρόντισε για τη σπάνια μόρφωσή της και την άρτια Πλούταρχου του νεότερου στην Αθήνα και στη συνέχεια στη Ρώμη. Είναι η πρώτη γυναίκα Πανεπιστημιακός στην Ανατολή. Ήταν Μαθηματικός και Φιλόσοφος επικεφαλής της Νεοπλατωνικής σχολής της Αλεξάνδρειας και ο Δαμάσκιος την ονομάζει «Γεωμετρική». Δίδαξε αριθμητική, γεωμετρία, αστρονομία και μουσική. Η ομοιότητα με τους σύγχρονους πανεπιστημιακούς είναι εντυπωσιακή. Δεν είναι γνωστή για κάποια μαθηματική ανακάλυψη αλλά κυρίως διότι συγκέντρωσε τις μέχρι τότε γνώσεις, τις οργάνωσε. Τις απλούστευσε και τις δίδαξε. Τα περισσότερα από τα γραπτά της ξεκίνησαν σαν σημειώσεις για τους μαθητές της. Η Υπατία έζησε σε μια εποχή που η πνευματική ζωή της Αλεξάνδρειας βρισκόταν σε κατάσταση σύγχυσης.

Πέθανε βίαια, συρόμενη μέσα στους δρόμους από το φανατισμένο χριστιανικό όχλο, εκτελέστηκε με όστρακα αγγείων, διαμελίστηκε το σώμα της και στη συνέχεια κάηκαν τα μέλη της. Η Υπατία ήταν ο τελευταίος παγανιστής φιλόσοφος και ο θάνατός της σημάδεψε το τέλος της αρχαίας ελληνικής επιστήμης καθώς λίγα χρόνια μετά ακολούθησε ο Μεσαίωνας.

Η προσωπικότητα της Υπατίας έχει εμπνεύσει πολλούς ανθρώπους του πνεύματος, της τέχνης και των επιστημών.

Άλλες Πυθαγόρειες γυναίκες:

- Ρυνδακώ
- Οκκελώ – Εκκελώ (αδελφές)

- Χειλωνίς
- Κρατησίκλεια
- Αβροτέλεια
- Εχεκράτεια η Φλιασία
- Θεανώ
- Τυρσηνίς ή Συβαρίτις
- Πεισιρρόδη η Τουραντινίς
- Θεοδούσα η Λάκαινα
- Βοιώ η Αργεία
- Βαβέλυκα η Αργεία
- Κλεαίχμα
- Ελορίς η Σαμία
- Νισθαιαδούσα
-

Άλλες γυναίκες Μαθηματικοί τον 4^ο αιώνα π.Χ.:

- Καλύκη
- Αρχεδίκη
- Τελέσσινα
- Πυθιονίκη
- Λαμπιτό
- Δανάη
- Θεόκλεια
- Άνθεια
- Χλόη

Δεν έχουν βρεθεί στοιχεία για τη ζωή και το έργο τους.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3

ΟΙ ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΣΤΗΝ ΑΡΧΑΙΑ ΕΛΛΑΔΑ

Σε αυτό το κείμενο θα ερευνήσουμε τις μονάδες μέτρησης στην Αρχαία Ελλάδα. Πιο συγκεκριμένα θα ασχοληθούμε με τις μονάδες που χρησιμοποιούσαν οι αρχαίοι Έλληνες στην καθημερινότητά τους, σε κάθε περιοχή ξεχωριστά. Σε κάθε τόπο υπάρχει διαφορετικός τρόπος επικοινωνίας μεταξύ των κατοίκων τόσο για τις αποστάσεις, όσο και για το χρόνο, αφού χρησιμοποιούν διαφορετικές ονομασίες για τους μήνες.

Ο όρος μέτρηση μπορεί είτε να είναι απαρίθμηση με χρήση των φυσικών αριθμών, είτε σύγκριση της ποσότητας κάποιου φυσικού μεγέθους με ένα πρότυπο, δηλαδή σύγκριση με κάποια σταθερή ποσότητα του ίδιου φυσικού μεγέθους που αυθαίρετα έχει συμφωνηθεί να χρησιμοποιείται ως μονάδα μέτρησης. Οι μετρήσεις είναι εξαιρετικά σημαντικές στην επιστήμη, την τεχνολογία και την βιομηχανία. Η ανάπτυξη τεχνικών για την ακριβή μέτρηση μεγεθών, όπως η μάζα και ο χρόνος αποτέλεσε προϋπόθεση για τη λεπτομερή και προσεκτική παρατήρηση της φύσης και ανάπτυξη της επιστήμης της φυσικής.

ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΗΚΟΥΣ

Στην Ελλάδα βασική μονάδα μέτρησης κατά τους αρχαίους χρόνους, ήταν ο πους. Το μέγεθος δεν ήταν σταθερό, αλλά εξαρτιόταν από το σημείο όπου γινόταν η μέτρηση στο Εκατόμπεδο του Παρθενώνος. Έτσι το μήκος του κυμαινόταν από 0,3083 και 0,2970 μέτρα.

Υποδιαίρεση του ποδός ήταν ο δάκτυλος, $1/16$ του ποδός ή 0,0193 μέτρα

Από τον δάκτυλο παράγονταν οι παρακάτω μονάδες:

4 δάκτυλοι = 1 παλαιστή ή παλαστή = 7,72 εκατοστά

8 δάκτυλοι = . ποδός = 1 λιχάς = 15,44 εκατοστά

11 δάκτυλοι = 1 ορθόδωρον

12 δάκτυλοι = 1 σπιθαμή(απόσταση ανάμεσα στα άκρα των τεντωμένων δακτύλων αντίχειρα

και μικρού) =23,16 εκατοστά

16 δάκτυλοι = 1 πους =30 88 εκατοστά

18 δάκτυλοι = 1 πυγμή =34,74 εκατοστά

20 δάκτυλοι = 1 πυγών =38 60 εκατοστά

24 δάκτυλοι = 1. πους = 1 πήχυς (απόσταση από τον αγκώνα μέχρι το άκρο του χεριού) = 46,32 εκατοστά

Ακόμα και σήμερα χρησιμοποιούμε την έκφραση «ένα δαχτυλάκι κρασί» για να δείξουμε την μικρή ποσότητα, παρότι αυτή η μονάδα μέτρησης δεν χρησιμοποιείται πλέον. Παρόμοιες εκφράσεις είναι οι «μη κουνηθείς ρούπι» ή «απέχει δύο βήματα».

ΜΟΝΑΔΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ

Τα κυριότερα μέτρα επιφάνειας ήταν το τετραγωνικό πλέθρο=950 τετραγωνικά μέτρα, η άρουρα (1/4 του πλέθρου=2025 τμ) και ο έκτος (1/6 του πλέθρου).

Για τα υγρά η βάση των μονάδων μέτρησης ήταν ο κύαθος(0,0171 λίτρα).

Από τον κύαθο παραγόταν οι εξής μονάδες:

1 . κύαθοι = 1 οξύβαφον =0,025 λίτρα

2 οξύβαφα = 1 ημικότυλον =0,051 λίτρα

2 ημικότυλα = 1 κοτύλη =0,1025 λίτρα

2 κοτύλες = 1 ξέστης =0,205 λίτρα

Ο κύαθος

Ο κύαθος ήταν αρκετά εύχρηστο αγγείο και γι' αυτόν ο Αθήναιος λέει ότι ήταν το απαραίτητο σκεύος και στις οικίες των πλουσίων και στις καλύβες των φτωχών. Χρησίμευε και ως μέτρο της ενδεδειγμένης από τον οιοχόο αναλογίας μείξεως του οίνου με το νερό. Ο Πολυδεύκης λέει ότι σε πέντε κύαθους οίνου αναλογούν δέκα κύαθοι ύδατος. Κατά το συμπόσιο, ο δούλος,

που βρίσκονταν κοντά στον κρατήρα με τον κύαθο στο χέρι, συμπλήρωνε κρασί από τον κρατήρα και έχυνε το μεθυστικό υγρό στο ποτήρι του συνδαιτυμόνος, "κυαθίζων" αυτό, όπως λέει ο Αθήναιος. Κατά την οινοποίηση, ο αμφιπύρων όριζε τον αριθμό των κυάθων, τους οποίους ο οινοχόος έπρεπε να χύνει στο ποτήρι του κάθε συνδαιτυμόνος. Ο κύαθος χρησίμευε αποκλειστικά ως αντλητήρας και ως δοχείο μεταφοράς του οίνου από τον κρατήρα στο ποτήρι. Είχε μια μακριά κάθετη λαβή για να φθάνει στο βάθος του κρατήρα.

ΜΟΝΑΔΕΣ ΜΕΤΡΗΣΗΣ ΒΑΡΟΥΣ

Σήμερα η βασική μονάδα μέτρησης μάζας είναι το χιλιόγραμμο ή κιλό(kg). Πολλαπλάσια και υποδιαίρεσεις του κιλού είναι:

1 τόνος(t) = 1000 κιλά(kg)

1 κιλό(kg) = 1000 γραμμάρια(gr)

1 γραμμάριο(gr) = 1000 χιλιοστόγραμμα(mg)

Μονάδα μέτρησης βάρους πολύτιμων λίθων είναι το 1 καράτι=0,2 γραμμάρια.

Είναι μονάδα αναλογίας καθαρού χρυσού εντός κραμάτων. Ο απόλυτα καθαρός χρυσός αντιστοιχεί σε 24 καράτια.

Βασική μονάδα μέτρησης του βάρους ήταν ο οβολός (0.72 γραμμάρια). Από τον οβολό προέκυπταν οι εξής μονάδες:

1 δραχμή = 6 οβολοί = 4,32 γραμμάρια

1 μνα = 100 δραχμές = 0,44 κιλά

1 τάλαντο = 60 μνα = 26,6 κιλά

Στην αρχαία Ελλάδα το βάρος μιας ασημένιας δραχμής ποικίλει κατά τόπους πχ. Στο αιγινίτικο ή φειδώνιο σύστημα ζύγιζε 6,06 γραμμάρια, στο φοινικικό-ροδιακό κυμαινόταν από 3,64 έως 7,28 γραμμάρια ενώ στο ευβοϊκό-αττικό σύστημα από 4,366 έως 8,73 γραμμάρια.

ΝΕΟΤΕΡΗ ΕΛΛΑΔΑ (ΕΠΟΧΗ ΤΟΥΡΚΟΚΡΑΤΙΑΣ)

ΟΚΑ

Η οκά (Τουρκικά okka), ήταν Οθωμανική μονάδα μέτρησης μάζας. Ύστερα από την κατάρρευση της Οθωμανικής αυτοκρατορίας, συνέχισε να χρησιμοποιείται στα κράτη που προέκυψαν από τη διάλυσή της, συνήθως με τις μονάδες του μετρικού συστήματος. Η οκά υποδιαιρούνταν σε 400 δράμια. Στην Ελλάδα η οκά αντιστοιχούσε σε 1.282 γραμμάρια

ΔΡΑΜΙ

Το δράμι είναι μονάδα μέτρησης βάρους που χρησιμοποιούταν στην Ελλάδα μέχρι το 1959.

Ένα δράμι στην Ελλάδα ήταν ισοδύναμο με 3,203 γραμμάρια. 400 δράμια ισοδυναμούσαν με μια οκά.

Η λέξη είναι αντιδάνειο και προέρχεται από το αραβικό ντιράμ (ή ντιρχάμ), το οποίο με τη σειρά του προέρχεται από την αρχαία δραχμή. Το βάρος του δραμιού ήταν διαφορετικό κατά τόπους:

- _ 3,203 γραμμάρια στην Τουρκία, Ελλάδα και Αλβανία.
- _ 3,06 γραμμάρια στην Περσία.
- _ 3,12 γραμμάρια στην Αίγυπτο.
- _ 2,592 στην Αβησσυνία.
- _ 3,052 στην Τριπολίτιδα και
- _ 4,226 στην Αλγερία

Η λέξη χρησιμοποιείται και μεταφορικά για να δείξει την πολύ μικρή ποσότητα, όπως στην έκφραση "**δεν έχει δράμι μυαλό**" (δεν έχει σχεδόν καθόλου μυαλό - δεν είναι έξυπνος). Η έκφραση «**τα έχει τετρακόσια**» αναφέρεται σε άνθρωπο που έχει πλήρη επίγνωση και λογική (δεν του λείπει κανένα από τα 400 δράμια που υπάρχουν σε μια οκά).

Μονάδες βάρους που συναντάμε σε διάφορα μέρη είναι:

- 1 γομάρι ή γομαριά= φορτίο ζώου
- 1 μιγόμε=1/2 γομάρι
- 1 εκατόγραμμο=100 γραμμάρια
- 1 καντάρι ή στατήρας =44 οκάδες
- 1 κεντηνάρι=32 . κιλά

- 1 κόκκος= μονάδα μέτρησης βάρους νομισμάτων και πολυτίμων μετάλλων
- 1 κυψέλη=1 ντενεκές δημητριακών
- 1 κοιλό=24 οκάδες
- 1 μισοκοίλι=1/2 κοιλό
- 1 ξάγι= μέτρο πυρίτιδας, σφαιριδίων για κυνηγητικά όπλα, μεταξόσπορου, μπαχαρικών και άλλων πολυτίμων πραγμάτων=1/16 ουγκιάς
- 1 πίκια ή πρέζα =μικρή ποσότητα τριμμένου πράγματος
- 1 σοινίκι =1/8 κιλά σιτηρά και όσπρια
- 1 τονελάδα=1000 κιλά

ΗΠΕΙΡΟΣ

- 1 μουντζούρι=20 οκάδες σιτηρά
- 1 ταγάρι=20 οκάδες σιτηρών

ΚΡΗΤΗ

- 1 αξάι=1 οκά
- 1 μόδι=8,75 λίτρα σιτηρά
- 1 μουζούρι=10-12 οκάδες δημητριακά
- 1 στέμα= ποσότητα ελαιοκάρπου για μια αλεσιά στο ελαιοτριβείο

ΧΙΟΣ

- 1 μισάρι=1 κοιλό=24 οκάδες

ΛΕΣΒΟΣ

- 1 μόδι=500 οκάδες ελιές

ΚΥΠΡΟΣ

- 1 κεράτιο= μονάδα μέτρησης βάρους νομισμάτων και πολυτίμων μετάλλων

ΕΛΛΗΝΙΚΑ ΗΜΕΡΟΛΟΓΙΑ

Στην αρχαία Ελλάδα, με το σύστημα της "πόλης κράτους" που επικρατούσε, κάθε κοινότητα είχε το δικό της ημερολόγιο. Όλα όμως τα ελληνικά ημερολόγια είχαν ένα κοινό χαρακτηριστικό γνώρισμα: ήταν σεληνιακά. Όλα επίσης χώριζαν το χρόνο σε 12 μήνες και για να κρατούνται σταθεροί κατέφευγαν στην ανάγκη να επαναλαμβάνουν ένα μήνα ή να έχουν και 13ο μήνα. Για τη μέτρηση του χρόνου προτίμησαν το "ρολόι νερού", την περίφημη κλεψύδρα. Η κλεψύδρα αργότερα εξελίχθηκε σε πολύπλοκο όργανο μέτρησης του χρόνου, αφού εκτός από τα δοχεία, συμπεριλάμβανε τροχούς, αυλάκια και μηχανισμούς ελέγχου της ροής του νερού.

Τα ονόματα των μηνών στο μακεδονικό ημερολόγιο ήταν τα ακόλουθα: Δίος, Άπελλαῖος, Αύθηναῖος, Περιπίος, Δύστρος, Ξάνθικος, Ἄρτεμίσιος, Δαίσιος, Πάνημος, Λώος, Γορπιαῖος και Ὑπερβερεταῖος. Οι Πτολεμαῖοι με την κατάκτηση της Αιγύπτου και την εγκατάστασή τους σ' αυτήν, έφεραν μαζί τους και το σεληνιακό μακεδονικό ημερολόγιο. Για να μην προσκρούσουν όμως στις συνήθειες των κατακτημένων Αιγυπτίων διατήρησαν και το αιγυπτιακό ημερολόγιο. Το αθηναϊκό ημερολόγιο περιλάμβανε τους ακολούθους μήνες (ο αριθμός μέσα στην παρένθεση δείχνει τις ημέρες που είχε ο μήνας): Εκατομβαιώνας (30), Μεταγεινιώνας (29), Βοηδρομιώνας (30), Πυανεσιώνας (29), Μαιμακτηριώνας (29), Ποσειδεώνας α' (29), Ποσειδεώνας β' (30), Γαμηλιώνας (30), Ανθεστηριώνας (29), Ελαφηβολεώνας (30), Μουνυχιώνας (29), Θαργηλιώνας (30) και Σκιροφοριώνας (29). Ο Ποσειδεώνας β' ήταν ο 13ος μήνας, που με την προσθήκη του διατηρούνταν οι μήνες σταθεροί σε ορισμένες εποχές. Κάθε μήνας χωριζόταν σε τρία δεκαήμερα, από τα οποία το τελευταίο μπορεί να είχε 9 μόνο ημέρες.

Ο καθορισμός των ημερών γινόταν αριθμητικά. για την πρώτη δεκάδα αριθμούσαν 1-10 "αρχόμενου" του μήνα, για τη δεύτερη 1-10 "ιστάμενου" του μήνα και για την τελευταία 1-10 "φθίνοντος" του μήνα. Κάθε πρώτη του μήνα ονομαζόταν νουμηνία. (Το μακεδονικό έτος άρχιζε με το μήνα Δίο. Οι εκλογές κάθε μακεδονικής πόλης για την ανάδειξη της βουλής γινόταν το μήνα Ὑπερβερεταῖο και η ετήσια θητεία τους άρχιζε τον επόμενο μήνα, το Μίο.)

1. Δῖος , ο πρώτος μήνας του μακεδονικού έτους. Από τα μέσα Οκτωβρίου έως τα μέσα Νοεμβρίου, αφιερωμένος στον Δία.
2. Ἄπελλαῖος, δεύτερος μήνας, αντιστοιχεί με το ρωμαϊκό Δεκέμβριο, προέρχεται από τη λέξη Ἀπέλλων που είναι ο δωρικός (μακεδονικός) τύπος αντί Απόλλων. Μήνας αφιερωμένος στον Απόλλωνα.
3. Αὐθηναῖος, ο τρίτος μήνας, ο ρωμαϊκός Ιανουάριος, εκ της αυδής προερχόμενος (φωνή, ο τρανταχτός).
4. Περίπος, ο τέταρτος μήνας του μακεδονικού έτους. Αντιστοιχεί από τα μέσα Ιανουαρίου έως τα μέσα Φεβρουαρίου (περιπιω, τιμώ μεγάλως)
5. Δύστρος, ο πέμπτος μήνας, αντιστοιχεί με μέσα Φεβρουαρίου — μέσα Μαρτίου, ονομασία εκ της δυσκολίας προερχομένης (δυστρο-πος).
6. Ξανθικός, ο έκτος μήνας. Από τα μέσα Μαρτίου έως τα μέσα Απριλίου, γνωστές οι ξανθικές εορτές της άνοιξης. Από τον άνθιση του φυτού ξάνθιου, από όπου βαφόταν η κόμη ξανθιά.
7. Ἄρτεμῖσιος, ο έβδομος μήνας μακεδονικού και σπαρτιατικού ημερολογίου. Αντιστοιχεί με μέρος του αττικού μήνα Ελαφηβολιώνος, μέσα Απριλίου -μέσα Μαΐου, αφιερωμένος στην Αρτέμιδα.
8. Δαίσιος, ο όγδοος μήνας, από μέσα Μαΐου έως μέσα Ιουνίου αντιστοιχεί με τον αττικό μήνα Θαργηλίων. Ήταν ο μήνας των δαισίων, συμποσίων (πανδαισιών)
9. Πάνημος, ο ένατος μήνας, από τα μέσα Ιουνίου έως τα μέσα Ιουλίου. Ο παν- ήμερος μήνας, με τη μεγαλύτερη ημέρα
10. Λώος, ο δέκατος μήνας, αντιστοιχεί με αττ. Βοηδρομιώνα , η εκατομβαίωνα, βέλτιστος, καλλίτερος.
11. Γορπιαίος ο ενδέκατος μήνας, από μέσα Αυγούστου έως μέσα Σεπτεμβρίου, ο γρήγορα φεύγων, 'γοργῶπις' γοργόφθαλμος (σουίδα)___ 12. Ὑπερβερεταίος, ο δωδέκατος μήνας. Από τέλος Σεπτεμβρίου έως μέσα Οκτωβρίου, ο τελευταίος μήνας των μακεδόνων, στην Κρήτη λεγόταν Ὑπερβέρετος (επί των υπερβαιόντων την προθεσμίαν (liddell & scott), η των Ὑπερχρονίων (σουίδα)
- Εμβόλιμος, ο πρόσθετος μήνας, αυτός που παρεμβάλλεται για την συμπλήρωση των ημερών του έτους.

ΟΙ ΑΡΧΑΙΕΣ ΕΛΛΗΝΙΚΕΣ ΟΝΟΜΑΣΙΕΣ ΤΩΝ ΜΗΝΩΝ

ΣΥΓΧΡΟΝΟΙ ΑΤΤΙΚΗ ΣΠΑΡΤΗ ΒΟΙΩΤΙΑ

ΣΥΓΧΡΟΝΟΙ		ΑΤΤΙΚΗ	ΣΠΑΡΤΗ	ΒΟΙΩΤΙΑ
ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ		ΓΑΜΗΛΙΩΝ	ΑΓΝΩΣΤΟΣ	ΒΟΥΚΑΤΙΟΣ
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ		ΑΝΘΕΣΤΗΡΙΩΝ	ΕΛΕΥΣΙΝΙΟΣ	ΕΡΜΑΙΟΣ
ΜΑΡΤΙΟΣ		ΕΛΑΦΗΒΟΛΙΩΝ	ΓΕΡΑΣΤΙΟΣ	ΠΡΟΣΤΑΤΗΡΙΟΣ
ΑΠΡΙΛΙΟΣ		ΜΟΥΝΥΧΙΩΝ	ΑΡΤΕΜΙΣΙΟΣ	ΑΓΝΩΣΤΟΣ
ΜΑΙΟΣ		ΘΑΡΓΗΛΙΩΝ	ΔΕΛΧΙΝΙΟΣ	ΘΕΙΛΟΥΘΙΟΣ
ΙΟΥΝΙΟΣ		ΣΚΙΡΟΦΟΡΙΩΝ	ΦΛΙΑΣΙΟΣ	ΑΓΝΩΣΤΟΣ
ΙΟΥΛΙΟΣ		ΕΚΑΤΟΜΒΑΙΩΝ	ΕΚΑΤΟΜΒΕΥΣ	ΑΓΝΩΣΤΟΣ
ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ		ΜΑΤΕΓΕΙΤΝΙΩΝ	ΚΑΡΝΕΙΟΣ	ΙΠΠΟΔΡΟΜΟΣ
ΣΕΠΤΕΜΒΡΙΟΣ		ΒΟΗΔΡΟΜΙΩΝ	ΠΑΝΑΜΟΣ	ΠΑΝΑΜΟΣ
ΟΚΤΩΒΡΙΟΣ		ΠΥΑΝΕΨΙΩΝ	ΗΡΑΣΙΟΣ	ΑΓΝΩΣΤΟΣ
ΝΟΕΜΒΡΙΟΣ		ΜΑΙΜΑΚΤΗΡΙΩΝ	ΑΠΕΛΛΑΙΟΣ	ΔΑΜΑΤΡΙΟΣ
ΔΕΚΕΜΒΡΙΟΣ		ΠΟΣΕΙΔΩΝ		ΑΛΑΛΚΟΜΕΝΙΟΣ
ΔΕΛΦΟΙ		ΚΡΗΤΗ	ΜΑΚΕΔΟΝΙΑ	
ΔΑΔΑΦΟΡΙΟΣ		ΑΓΥΙΟΣ	ΠΕΡΙΤΙΟΣ	
ΠΟΙΤΡΟΠΙΟΣ		ΔΙΟΣΚΟΥΡΟΣ	ΔΥΣΤΡΟΣ	
ΒΥΣΙΟΣ		ΘΕΟΔΟΣΙΟΣ	ΞΑΝΘΙΚΟΣ	
ΑΤΡΕΜΙΣΙΟΣ		ΠΟΝΤΟΣ	ΑΡΤΕΜΙΣΙΟΣ	
ΗΡΑΚΛΕΙΟΣ		ΡΑΒΙΝΘΙΟΣ	ΔΑΙΣΙΟΣ	
ΒΟΑΘΟΟΣ		ΥΠΕΡΒΕΡΕΤΟΣ	ΠΑΝΗΜΟΣ	
ΙΛΑΙΟΣ		ΝΕΚΥΣΙΟΣ	ΛΩΟΣ	
ΘΕΟΞΕΝΙΟΣ		ΒΑΣΙΛΕΙΟΣ	ΓΟΡΠΙΑΙΟΣ	
ΒΟΥΚΑΤΙΟΣ		ΘΕΣΜΟΦΟΡΙΩΝ	ΥΠΕΡΒΕΡΕΤΑΙΟΣ	
ΗΡΑΙΟΣ		ΕΡΜΑΙΟΣ	ΔΙΟΣ	
ΑΠΕΛΛΑΙΟΣ		ΜΕΤΑΡΧΙΟΣ	ΑΠΕΛΛΑΙΟΣ	
ΑΓΝΩΣΤΟΣ		ΕΙΜΑΝ	ΑΛΑΛΚΟΜΕΝΙΟΣ	

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4

Σε αυτήν την ενότητα θα απαντήσουμε στο ερευνητικό ερώτημα « Γιατί πρέπει να μαθαίνουμε μαθηματικά »

Ζούμε σ' ένα κόσμο πρακτικών εφαρμογών. Αυτό σημαίνει ότι κάθε τι χειροπιαστό αποκτά αξία μέσα τους και όχι κάτι το αφηρημένο.

Ρόλος των μαθηματικών στο επιστημονικό στερέωμα ήταν ανέκαθεν βοηθητικός. Οι υπόλοιπες επιστήμες χρησιμοποιούν τα μαθηματικά για να λύσουν προβλήματα, με αποτέλεσμα η προσφορά των μαθηματικών να μην τονίζεται ιδιαίτερα.

Οι Αρχαίοι Αιγύπτιοι δεν θα μπορούσαν να ξαναβρούν τα όρια των χωραφιών τους μετά από κάθε πλημμύρα του Νείλου, αν δεν χρησιμοποιούσαν τη γεωμετρία, ούτε θα μπορούσαν να κτίσουν τις πυραμίδες, ούτε ποτέ ο Κολόμβος θα είχε ανακαλύψει την Αμερική αν δεν χρησιμοποιούσε την τριγωνομετρία για να διαβάσει τ' αστέρια, ούτε ποτέ θα υπήρχε εναλλασσόμενο ρεύμα χωρίς μιγαδικούς αριθμούς, ούτε τα διαστημόπλοια θα είχαν φτάσει στον Άρη αν δεν είχαν περιγραφεί λεπτομερώς οι τροχιές τους με μαθηματικές εξισώσεις, ούτε οι γιατροί θα μπορούσαν να προβλέψουν μια πιθανή καρδιακή προσβολή χωρίς την θεωρία πιθανοτήτων και τη στατιστική.

4.1 Η ΣΧΕΣΗ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΜΕ ΤΙΣ ΑΛΛΕΣ ΕΠΙΣΤΗΜΕΣ

Αρχικά θα απαντήσουμε στο ερευνητικό ερώτημα που αφορά τη σχέση των μαθηματικών με τις άλλες επιστήμες, όπως μουσική, τέχνη, βιολογία, ιατρική κ.α.

" Προς τε γαρ οικονομίαν και προς πολιτείαν και προς τας τέχνας πάσας , εν ουδέν ούτω δύναμιν έχειν παιδείον μάθημα ή η περί τους αριθμούς διατριβή".

Δηλαδή : " Για την οικονομία , την πολιτεία και για όλες τις τέχνες κανένα άλλο μάθημα δεν έχει τέτοια παιδευτική δύναμη όσο η Αριθμητική". Πλάτωνας (427 π.Χ – 347 π.Χ).

Μουσική: Τα μαθηματικά και η μουσική είναι δυο επιστήμες που έχουν πολύ μεγάλη σχέση μεταξύ τους. Από την αρχαιότητα ακόμη οι δύο τέχνες

αλληλεπιδρούν μεταξύ τους και η αλληλεπίδραση αυτή φτάνει ως τις μέρες μας.

Η ιδέα της σύνδεσης των μαθηματικών και της μουσικής γεννήθηκε πριν από 26 ολόκληρους αιώνες στην αρχαία Ελλάδα από τον Πυθαγόρα, μαθηματικό και ιδρυτή της πυθαγόρειας σχολής σκέψης. Ο φιλόσοφος γνώριζε πολύ καλά τη σχέση της μουσικής με τους αριθμούς. Οι ειδικοί ερευνητές θεωρούν ότι το πιθανότερο είναι πως ο ίδιος και οι μαθητές του εντρύφησαν στη σχέση της μουσικής και των αριθμών μελετώντας το αρχαίο όργανο μονόχορδο. Ήταν εντυπωσιακό το γεγονός ότι μόνο οι ακριβείς μαθηματικές σχέσεις έδιναν αρμονικούς ήχους στο μονόχορδο. Πίστευαν, μάλιστα, ότι η ψυχή, μέσα από τα μαθηματικά και τη μουσική, μπορούσε να εξυψωθεί ώσπου να ενωθεί με το σύμπαν και ότι ορισμένα μαθηματικά σύμβολα έχουν αποκρυφιστική σημασία. Στη σημερινή πραγματικότητα, τόσο η μουσική θεωρία, όσο και η μουσική πράξη, ερμηνεύονται με φυσικούς νόμους, που με τη σειρά τους διατυπώνονται με μαθηματικές σχέσεις.

Αργότερα ο Γάλλος μαθηματικός-μουσικός Φουριέ(1773-1837) στις αρχές του 19^{ου} αιώνα μελέτησε επιστημονικά τη Μουσική και είπε: «όλοι οι ήχοι, φωνητικοί ή ενόργανοι, απλοί ή σύνθετοι μπορούν να περιγραφούν απόλυτα με μαθηματικούς όρους ».Ο μουσικοσυνθέτης Μπαχ (1685-1750) δημιούργησε μαθηματικές θεωρίες μουσικής σύνθεσης. Ο μαθηματικός αρχιτέκτονας Ιωάννης Ξενάκης (1922-2001) συνδύαζε τα Μαθηματικά με τη Μουσική κι έφτιαξε ηλεκτρονικές μουσικές συνθέσεις.

Η αργιστή εποπτεία που διαθέτουμε για τον χρόνο φαίνεται πως αποτελεί τη βάση, την απαρχή τόσο της μουσικής όσο και της μαθηματικής εμπειρίας μας. Η Μουσική αποτελεί ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα, ίσως το πρώτο, ποσοτικοποίησης ενός ποιοτικού φαινομένου μέσω των Μαθηματικών. Ο ρυθμός και η Αρμονία είναι οι δύο βασικές συνιστώσες κάθε μουσικής έκφρασης. Ο ρυθμός είναι η πρώτη μουσική κατάκτηση για τον άνθρωπο, όπως ακριβώς ο αριθμός είναι η πρώτη, η θεμελιώδης Μαθηματική κατασκευή. Ο ρυθμός και ο αριθμός έχουν κοινή καταγωγή, την οποία έλκουν από την κατάτμηση του χρόνου και την 1-1 αντιστοιχία των χρονικών στιγμών με γεγονότα. Το μουσικό μέτρο, το οποίο είναι απαραίτητο για την εκτέλεση

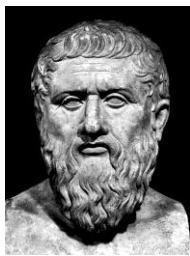
ενός μουσικού θέματος, δηλώνεται μέσω ενός κλάσματος, ενός αριθμού δηλαδή ο οποίος καθοδηγεί το ρυθμό. Η αρμονία μαθηματικοποιείται και ερμηνεύεται μέσα σε ένα πλήθος από μεταφυσικές δοξασίες, από τους Πυθαγόρειους και καθορίζει, μέχρι τον Μεσαίωνα, την αντίληψη που έχουμε για το τι σημαίνει αρμονία. Η σύγχρονη αντίληψη για την αρμονία προκύπτει μέσα από τη χρήση ενός ισχυρότατου Μαθηματικού "εργαλείου", της ανάλυσης Fourier. Κάθε περιοδικό φαινόμενο, επομένως και η μουσική νότα, μπορεί να εκφραστεί από ένα αλγεβρικό άθροισμα αρμονικών συνιστωσών. Η αρμονία πλέον δύο μουσικών τόνων καθορίζεται από το πλήθος των αρμονικών συνιστωσών οι οποίες συμπίπτουν. [4,6,7]

Τέχνη: Τα μαθηματικά και η τέχνη γενικότερα μολονότι, φαινομενικά τουλάχιστον, αποτελούν δυο ξεχωριστά – διακριτά πεδία της ανθρώπινης δραστηριότητας, εντούτοις είναι δυνατόν να συνδυαστούν και να δώσουν δημιουργίες οι οποίες αποτελούν αξιοθαύμαστο μείγμα εντυπωσιακής πολυπλοκότητας και εκπληκτικής ομορφιάς. Ιστορικά, τα μαθηματικά, μολονότι θεωρούνται κυρίως λογική – αναλυτική επιστήμη, έχουν παίξει σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη της τέχνης, η οποία απευθύνεται κυρίως στο συναίσθημα.

Για τους Αιγυπτίους η γεωμετρία αποτελούσε πρωτίστως ένα εργαλείο που τους προσέφερε την δυνατότητα να εκτελούν πρακτικές και καλλιτεχνικές εργασίες. Τα μαθηματικά από τότε μέχρι και σήμερα εξακολουθούν να παίζουν ένα σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη των διαφόρων μορφών της τέχνης. Υπάρχουν κάποια θέματα τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί περισσότερο και δείχνουν ότι έχουν κερδίσει την προτίμηση ορισμένων καλλιτεχνών. Μεταξύ αυτών είναι τα πολυέδρα, τα ψηφιδωτά, τα ανέφικτα σχήματα, οι ταινίες Möbius και τα fractals.

Ο *Ευκλείδης* (300 π.χ.) στο 13ο βιβλίο των «Στοιχείων» του απέδειξε ότι υπάρχουν ακριβώς πέντε τύποι κανονικών πολυέδρων: το τετράεδρο, το οκτάεδρο, ο κύβος, το δωδεκάεδρο και το εικοσάεδρο.





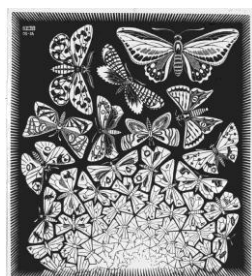
Ο Πλάτωνας (427-348 π.χ.) έτρεφε ένα τόσο μεγάλο θαυμασμό απέναντι σ' αυτά τα σχήματα ώστε τα χρησιμοποίησε στο κοσμολογικό του σύστημα προκειμένου να απεικονίσει τα τέσσερα βασικά στοιχεία του σύμπαντος – τη γη, τον αέρα, τη φωτιά και το νερό.



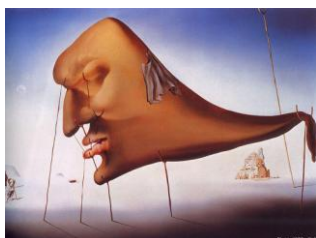
Ο *Leonardo da Vinci* (1402-1519) είναι γνωστός για τα επιτεύγματά του τόσο στις επιστήμες όσο και στις καλές τέχνες. Στα έργα του χρησιμοποίησε παραστατική γεωμετρία προκειμένου να δημιουργήσει τα πρώτα παραμορφωμένα πλέγματα, τα οποία όταν ειδωθούν από κάποια συγκεκριμένη γωνία εμφανίζονται κανονικά.



Ο *Johannes Kepler* (1580-1630) επίσης πέρα από τη αστρονομία είχε μεγάλο ενδιαφέρον για τη δημιουργία γεωμετρικών ψηφιδωτών.



Όταν όμως αναφερόμαστε στον όρο «μαθηματική τέχνη» ο νους μας πηγαίνει κυρίως στον Ολλανδό καλλιτέχνη *Maurits Escher* (1898-1972), ο οποίος δικαίως θεωρείται ο πατέρας αυτού του είδους της τέχνης.



Ο *Salvator Dali* (1904-1989) ήταν ένας άλλος διάσημος Ισπανός σουρεαλιστής ζωγράφος ο οποίος χρησιμοποίησε στους πίνακές του σχέδια με έντονα γεωμετρικά-τοπολογικά στοιχεία. Ο Dali απεικόνισε σε πολλά έργα του τον τετραδιάστατο χώρο στο χΥπάρχουν κάποια θέματα τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί περισσότερο και δείχνουν ότι έχουν κερδίσει την προτίμηση ορισμένων καλλιτεχνών.

Στα τέλη του 19ου αιώνα – αρχές του 20ου, μια ομάδα μαθηματικών με επικεφαλής τους Peano, Hilbert, Cesaro, Koch και Sierprinski, μεταξύ άλλων, διαμόρφωσαν μια νέα οικογένεια καμπύλων με αλλοπρόσαλλες μαθηματικές ιδιότητες.

Το 1977, με τη βοήθεια ενός Computer, ο Γάλλο-Πολωνικής καταγωγής επιστήμονας Benoit Mandelbrot, κατόρθωσε να πάρει την πρώτη εικόνα αυτής της νέας γεωμετρίας, η οποία στη συνέχεια ονομάστηκε Φράκταλ γεωμετρία.

Την τελευταία δεκαετία διαφαίνεται μια τάση για παραπέρα ανάπτυξη των αποκαλούμενων μαθηματικώς δημιουργούμενων σχημάτων και εικόνων, δηλαδή σχημάτων ή εικόνων που παράγονται από Η/Υ με την κατάλληλη εφαρμογή κάποιων μαθηματικών τύπων ή αλγορίθμων.

Λογοτεχνία: Με αυτήν εκφράζονται επιστημονικά και τεχνικές γνώσεις, άρα και τα μαθηματικά. Αλλά και η μαθηματική γλώσσα χαρακτηρίζεται με σαφήνεια, ακρίβεια και λιτότητα, για αυτό πολλοί λογοτέχνες ακολουθούν αυτήν για τη δομή του έργου τους.

Δραματική, λυρική, κωμική τέχνη στο θέατρο, τον κινηματογράφο, στο τσίρκο και σε άλλα θεάματα: Τα μαθηματικά με διάφορους τρόπους έχουν επίδραση και στις τέχνες αυτές. Επίσης στη σκηνοθεσία και στην σκηνογραφία. Ακόμη βοηθούν τεχνολογικά στη σκηνή στην αίθουσα ή στην πλατεία του θεάτρου για καλύτερη ακουστική.

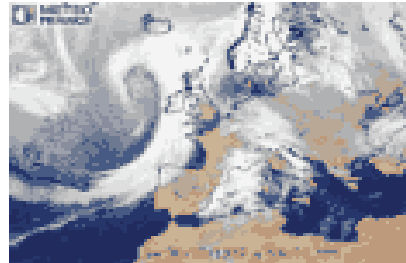
Βιολογία: Η θεωρία της εξέλιξης και οι μηχανισμοί της αναπαραγωγής έχουν οδηγήσει στην έννοια των γενετικών αλγορίθμων.

Ιατρική: "Τα μαθηματικά αποτελούν ένα από τους στυλοβάτες της ιατρικής επιστήμης. Οι βασικές επιστημονικές αρχές της στηρίζονται σε μαθηματικά πρότυπα. Δεν νοείται επιστημονική σκέψη χωρίς τη θεώρησή της από μαθηματική σκοπιά. Είναι αλήθεια για παράδειγμα ότι η ιατρική φυσική δεν νοείται χωρίς μαθηματική υποδομή". (Χρήστος Μπαρτσόκας, Καθηγητής Παιδιατρικής Πανεπιστημίου Αθηνών).



Τα μαθηματικά και ο αξονικός τομογράφος: ο Α. Cormack, ο φυσικομαθηματικός που ανακάλυψε τον αξονικό τομογράφο, είπε στην ομιλία του, όταν του απενεμήθη το Βραβείο Nobel το 1979: *"Ήταν προφανές ότι το πρόβλημα του αξονικού τομογράφου ήταν καθαρά ένα μαθηματικό πρόβλημα"*. Ο αξονικός τομογράφος και αργότερα ο μαγνητικός τομογράφος (για την ανακάλυψη του οποίου δόθηκε Βραβείο Nobel στον sir Peter Mansfield το 2003), έφεραν πραγματική επανάσταση στη Νευρολογία ειδικά και σε ολόκληρη την Ιατρική γενικότερα.

Μετεωρολογία: Αφού λοιπόν συλλεχθούν οι μετεωρολογικές παρατηρήσεις αναλαμβάνουν να τις επεξεργαστούν μεγάλες υπολογιστικές μηχανές στις οποίες «τρέχουν» τα μοντέλα καιρού (πολύπλοκα μαθηματικά συστήματα διαφορικών εξισώσεων).



Αγορά και Παραγωγή: Οι μαθηματικές μέθοδοι ήταν ανέκαθεν σημαντικές στην ανάλυση των αγορών, της παραγωγής και γενικότερα της επιχειρηματικότητας. Η τάση ποσοτικοποίησης συνετέλεσε στην αναμόρφωση κλάδων όπως τα χρηματοοικονομικά, τα τραπεζικά και τα ασφαλιστικά θέματα. Κατά πολλούς, ήταν οι έντονα μαθηματικοποιημένες ανακαλύψεις των Markowitz, Sharpe, Black, Scholes, Merton και παλαιότερα του Bellman που συνετέλεσαν στην εξάπλωση νέων (παράγωγων) χρηματοοικονομικών προϊόντων, των εργαλείων διαχείρισης κινδύνου και αλματώδους αύξησης της αποτελεσματικότητας των παραγωγικών διαδικασιών.

4.2 Τα Μαθηματικά στην καθημερινή ζωή

ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΤΥΧΕΡΑ ΠΑΙΧΝΙΔΙΑ

Υπάρχουν δύο είδη πειραμάτων στη φύση:

α) αυτά που όσες φορές και αν επαναληφθούν κάτω από τις ίδιες συνθήκες ξέρουμε εκ των προτέρων το αποτέλεσμα τους. Για παράδειγμα αν βάλουμε ένα μπρίκι με νερό στους 100 βαθμούς Κελσίου , τότε αυτό θα βράσει.

β) αυτά που όσες φορές και αν επαναληφθούν κάτω από τις ίδιες συνθήκες δεν μπορούμε να προβλέψουμε εκ των προτέρων το αποτέλεσμα τους. Για παράδειγμα η ρίψη ενός ζαριού , το στρίψιμο ενός νομίσματος και η καταγραφή της άνω όψης του , η κλήρωση του τζόκερ. Τα τυχερά παιχνίδια και ο τζόγος οδήγησαν τους μεγάλους μαθηματικούς Φερμά , Πασκάλ και Χούιγκενς να κάνουν αποφασιστικά βήματα στην ανάπτυξη του λογισμού του τυχαίου. Ο πρώτος που προσπάθησε (σε γενικές γραμμές επιτυχώς) να μετατρέψει την θεωρία των τυχερών παιχνιδιών σε τυπική μαθηματική θεωρία ήταν ο μέγας Τζέιμς Μπερνούλι.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΕΞΩΓΗΙΝΟΙ

Ο αμερικανός αστρονόμος Φρανκ Ντρέικ, ιδρυτής του προγράμματος SETI (Ινστιτούτο Έρευνας Εξωγήινης Νοημοσύνης) και νυν καθηγητής Αστρονομίας στο Πανεπιστήμιο της Καλιφόρνιας, ήταν ο πρώτος που επιχείρησε να απαντήσει με τη βοήθεια των μαθηματικών στην ερώτηση "είμαστε μόνοι στο σύμπαν;". Προϊόν αυτής του της προσπάθειας ήταν η γνωστή «Εξίσωση Ντρέικ». Το αποτέλεσμα που πήρε ο Ντρέικ ήταν τέσσερις έως δέκα πιθανότητες στις 100. Από τότε οι αριθμοί αυτοί έχουν αναθεωρηθεί λόγω των νέων επιστημονικών δεδομένων, με τις πιο συντηρητικές εκτιμήσεις να δίνουν έναν μικρό αριθμό πλανητών που δεν επικαλύπτονται μάλιστα χρονικά, κάνοντας τις πιθανότητες εντοπισμού ελάχιστες έως μηδαμινές.

ΟΙ ΕΙΚΑΣΤΙΚΕΣ ΤΕΧΝΕΣ

Τα μαθηματικά και η τέχνη αποτελούν δύο ξεχωριστά πεδία της ανθρώπινης δραστηριότητας, εντούτοις είναι δυνατόν να συνδυαστούν και να δώσουν δημιουργίες οι οποίες αποτελούν αξιοθαύμαστο μείγμα εντυπωσιακής πολυπλοκότητας και εκπληκτικής ομορφιάς. Τα μαθηματικά και η τέχνη αποτελούν δύο ξεχωριστά πεδία της ανθρώπινης δραστηριότητας, εντούτοις είναι δυνατόν να συνδυαστούν και να δώσουν δημιουργίες οι οποίες αποτελούν αξιοθαύμαστο μείγμα εντυπωσιακής πολυπλοκότητας και εκπληκτικής ομορφιάς.

Ιστορικά, τα μαθηματικά θεωρούνται κυρίως λογική, έχουν παίξει σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη της τέχνης. Οι αρχαίοι Έλληνες επεξεργάστηκαν τις γεωμετρικές ιδέες και θεμελίωσαν επιστημονικά τη γεωμετρία. Πρώτα όμως οι Αιγύπτιοι οι οποίοι απασχολούσαν τα θεωρητικά ζητήματα, χρησιμοποιούσαν τα εργαλεία τους προκειμένου να σχεδιάσουν και να οικοδομήσουν τους έξοχους ναούς και εκπληκτικά μνημεία τους. Για τους Αιγυπτίους η γεωμετρία ήταν ένα σύνολο εμπειρικών γνώσεων για τους εξερευνητές της γης.

Τα μαθηματικά από τότε μέχρι σήμερα εξακολουθούν να παίζουν ένα σημαντικό ρόλο στην εξέλιξη των διαφόρων μορφών της τέχνης σε όλες τις εποχές αναδείχθηκαν εξέχουσες μορφές της τέχνης, οι οποίες χρησιμοποιούσαν τα μαθηματικά ως το βασικό συστατικό της τέχνης τους. Υπάρχουν όμως κάποια θέματα τα οποία έχουν χρησιμοποιηθεί περισσότερο και δείχνουν ότι έχουν κερδίσει την προτίμηση ορισμένων καλλιτεχνών. Μεταξύ αυτών είναι τα πολύεδρα, τα ψηφιδωτά, τα ανέφικτα σχήματα και τα fractals.

Ο Ευκλείδης στο 13^ο βιβλίο των «Στοιχείων» του απέδειξε ότι υπάρχουν ακριβώς πέντε τύποι κανονικών πολυέδρων: το τετράεδρο, το οκτάεδρο, ο κύβος, το δωδεκάεδρο και εικοσάεδρο.

Ο Πλάτωνας χρησιμοποίησε τα κανονικά αυτά πολύεδρα σε πολλά έργα τέχνης ως διακοσμητικά στοιχεία.

Όταν αναφερόμαστε στον όρο «μαθηματική τέχνη» ο νους μας πηγαίνει στον MAURITS ESCHER που οι λιθογραφίες, οι ξυλογλυφίες και οι χαλκογραφίες του βρίσκονται κρεμασμένες στα σπίτια μαθηματικών και επιστημόνων σ' όλο τον κόσμο. Ο ESCHER είναι περισσότερο γνωστός στους κρυσταλλογράφους

για την πετυχημένη ψηφιδωτή τεχνική με την οποία χωρίζει το επίπεδο. Χωρίζοντας το επίπεδο με κυματιστές σειρές πουλιών, ψαριών, ερπετών, θηλαστικών και ανθρώπων κατάφερε να δημιουργήσει εικόνες, οι οποίες βασίζονται σε νόμους της συμμετρίας, της θεωρίας συνόλων, της προοπτικής, της τοπολογίας και της κρυσταλλογραφίας.

Ο SALVATOR DALI χρησιμοποίησε στους πίνακες του σχέδια με έντονα γεωμετρικά-τοπολογικά στοιχεία. Επίσης, απεικόνισε σε πολλά έργα του τον τετραδιάστατο χώρο στο χώρο των δύο διαστάσεων. Υπάρχουν στοιχεία τοπολογίας και τετραδιάστατης γεωμετρίας, έτσι που ο πίνακας φαίνεται να κινείται γύρω από μια υπέρσφαιρα. Υπάρχουν τρία κανονικά πολύγωνα με τα οποία μπορεί να καλυφθεί το επίπεδο: το ισόπλευρο τρίγωνο, το τετράγωνο και το κανονικό εξάγωνο.

Οι πυραμίδες της Αιγύπτου, οι ναοί των Ελλήνων με πρώτο τον Παρθενώνα είναι θαύμα Αρχιτεκτονικής με μαθηματικές γνώσεις, καθώς και τα περίφημα αγάλματα γλυπτικής, που κοσμούν πολλά μουσεία. Ένα εικαστικό έργο που οι διαστάσεις του υπακούουν στον κανόνα της χρυσής τομής είναι σίγουρα ωραίο.



Σχολή Αθηνών, Raphael Sanzio 1509 - 1510, Stanza della Segnatura (Βατικανό)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5

Ο ΜΑΘΗΤΗΣ ΚΑΙ ΤΟ ΜΑΘΗΜΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Πολλοί μαθητές αντιμετωπίζουν το μάθημα των μαθηματικών με απέχθεια, φόβο και ορισμένες φορές τους προκαλεί και δυσφορία. Ομολογούν επίσης πως δυσκολεύονται να κατανοήσουν τα μαθηματικά. Αυτός ήταν και ο λόγος που μας έκανε να ερευνήσουμε τις αιτίες για τις οποίες οι μαθητές αντιμετωπίζουν τοίούτο τρόπο τα μαθηματικά.

Στο κεφάλαιο αυτό θα ασχοληθούμε με τους λόγους των δυσκολιών της μάθησης των μαθηματικών και την «μαθηματικοφοβία».

5.1 ΛΟΓΟΙ ΔΥΣΚΟΛΙΩΝ ΜΑΘΗΣΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Δεν είναι δύσκολο να διαπιστώσει κανείς ότι, ακόμα και μεταξύ των πιο μορφωμένων ανθρώπων ακόμα οι περισσότεροι εκφράζουν μία δυσφορία για το μάθημα των μαθηματικών και ομολογούν άνετα ότι δυσκολεύονται να κατανοήσουν τις μαθηματικές ιδέες και ότι νιώθουν μία αποστροφή για το μάθημα αυτό. Πολλοί λόγοι έχουν κατά καιρούς αναφερθεί στην προσπάθεια να εξηγηθούν οι αρνητικές εμπειρίες και οι δυσκολίες μάθησης στο μάθημα αυτό. Οι πιο σημαντικοί από αυτούς είναι:

- i) Η μοναδική προσωπικότητα του κάθε ατόμου: Υπάρχουν άτομα τα οποία εκ φύσεως τείνουν να πειθαρχήσουν σε κανόνες και να συμμορφωθούν με διαδικασίες, κάτι το οποίο είναι πολύ χρήσιμο για την μάθηση των μαθηματικών. Απεναντίας, υπάρχουν και άτομα που αντιδρούν και δεν μπορούν να αποδεχθούν κανόνες ή διαδικασίες και μάλιστα όταν τους επιβάλλονται από τα πάνω, με συνέπεια να απομακρύνονται από τα μαθηματικά όταν οι διαδικασίες αυτές δεν κατανοούνται πλήρως.
- ii) Η αυστηρή λογική ιεραρχία του μαθήματος: Τα μαθηματικά λόγω της φύσεως τους, ως η κατεξοχήν παραγωγική επιστήμη, οικοδομούνται με έναν αυστηρά ιεραρχικό τρόπο. Οι μαθηματικές έννοιες στηρίζονται

στις προηγούμενές τους, σχηματίζοντας μια αλυσίδα με τέτοιο τρόπο, ώστε εάν χαθεί ένας κρίκος να καταστρέφεται η συνοχή και η συνεκτικότητά τους. Δεν υπάρχει η σχετική ανεξαρτησία μεταξύ των διαφόρων τμημάτων της γνώσης που υπάρχει, για παράδειγμα, σε άλλες περιοχές, όπως στην ιστορία ή στην κοινωνιολογία ή στην γλώσσα. Έτσι, ένας μαθητής, προκειμένου να λύσει μία άσκηση της θεωρητικής γεωμετρίας, είναι αναγκασμένος να γνωρίζει και να είναι σε θέση να χρησιμοποιεί όλη τη γεωμετρική γνώση που έχει μάθει μέχρι εκείνη τη στιγμή. Αυτό ακριβώς το γεγονός του δημιουργεί προβλήματα και δυσκολίες, οι οποίες είναι υπεύθυνες για την μετέπειτα αποτυχία του στο μάθημα αυτό.

- iii) Η μαθηματική γλώσσα: Τα μαθηματικά χρησιμοποιούν μία ιδιαίτερη γλώσσα με σύμβολα και παραστάσεις, η οποία διαφέρει από τη συνηθισμένη φυσική γλώσσα του μαθητή. Η εξοικείωση του, λοιπόν, στη νέα αυτή γλώσσα, η οποία πολλές φορές εκτοπίζει σχεδόν τελείως τη φυσική του γλώσσα, είναι μία δύσκολη υπόθεση για τον μαθητή. Το γεγονός αυτό, με τη σειρά του, δημιουργεί ανυπέβλητα προβλήματα κατανόησης και τελικά οδηγεί τον μαθητή σε μια στάση αποστροφής για το μάθημα.
- iv) Η λογική αυστηρότητα παρουσίασης του περιεχομένου: Η φορμαλιστική αντίληψη για τη φύση των μαθηματικών συμβάλλει στο να παρουσιάζονται με τον ανάποδο ακριβώς τρόπο από τον οποίον γεννήθηκαν, αναπτύχθηκαν και εξελίχθηκαν οι μαθηματικές ιδέες στα μυαλά των ανθρώπων. Η τυποποίηση, η λογική αυστηρότητα και η ακραία αφαίρεση, είναι τα κύρια χαρακτηριστικά του φορμαλιστικού στυλ ανάπτυξης του μαθηματικού περιεχομένου με αποτέλεσμα να χάνεται η διαίσθηση και η πραγματική κατανόηση της φυσιολογικής προέλευσης των μαθηματικών ιδεών. Τα μαθηματικά έτσι επιβάλλονται στους μαθητές με αυταρχικό τρόπο και δίνουν την εντύπωση ότι είναι ένα σύνολο από αυστηρούς κανόνες και τεχνικές για την επίλυση κάποιων προβλημάτων. Η αντίληψη αυτή καλλιεργεί με τη σειρά της όπως είναι φυσικό, την αδιαφορία και την απέχθεια προς το μάθημα.

- v) **Νευρολογικές διαταραχές:** Οι φτωχές επιδόσεις κάποιων ατόμων ή η ανικανότητά του να μελετήσουν μαθηματικά, αποδίδονται από ορισμένους ερευνητές στη φτωχή βραχυπρόθεσμη μνήμη, στην ανώμαλη ή προβληματική λεκτική τους ικανότητα και στη δυσλειτουργία και έλλειψη συντονισμού μεταξύ δεξιού και αριστερού εγκεφαλικού ημισφαιρίου.

5.2 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΦΟΒΙΑ

«Μαθηματικοφοβία» είναι ο φόβος, η ανασφάλεια και το δέος που αισθάνεται οι μαθητές για το μάθημα των μαθηματικών. Η μαθηματικοφοβία δεν είναι παθολογική κατάσταση. Προξενείται από τις αρνητικές εμπειρίες των μαθητών στο μάθημα των μαθηματικών και επηρεάζει άμεσα την μαθηματική τους επίδοση, μειώνοντας τη στο ελάχιστο. Τα κυριότερα αίτια μαθηματικοφοβίας είναι:

- i) Η σπουδαιότητα μαθηματικών σήμερα ως βασικό υπόβαθρο οποιασδήποτε επιστήμης και η συνειδητοποίηση της αναγκαιότητας τους, προξενεί άγχος και ένταση στους μαθητές.
- ii) Η διδασκαλία των μαθηματικών δεν συμβαδίζει, συνήθως με τα στάδια νοητικής ανάπτυξης του παιδιού. Επόμενο είναι λοιπόν, να δημιουργούνται χάσματα και κενά στην μαθησιακή λειτουργία, που με τα χρόνια δημιουργούν ανυπέβλητα εμπόδια και έχουν ως συνέπεια τα συμπτώματα της μαθηματικοφοβίας.
- iii) Τα μαθηματικά δεν διδάσκονται σε σχέση με τη ζωή και το περιβάλλον του παιδιού και επομένως η μάθηση δεν βασίζεται στην κατανόηση μέσω δραστηριοτήτων, αλλά στην μηχανική απομνημόνευση.
- iv) Οι αρνητικές εμπειρίες και στάσεις ενισχύονται από τις προκαταλήψεις διαφόρων κοινωνικών ομάδων σχετικά με τα μαθηματικά και τη μάθηση τους. Ο κόσμος πιστεύει ότι ή γεννιέται με μαθηματικές ικανότητες ή όχι. Πολλοί επίσης

πιστεύουν ότι τα κορίτσια δεν έχουν κατάλληλο μυαλό για τα μαθηματικά.

v) Η κακή διδασκαλία, τα τεστ, η ασκησιολογία, τα ακατάλληλα προγράμματα, η ιδιαίτερη φύση του μαθήματος αποτελούν μερικούς από τους πιο βασικούς συντελεστές της μαθηματικοφοβίας. Ειδικότερα, μερικά από τα πιο σημαντικά χαρακτηριστικά των προγραμμάτων και των μεθόδων διδασκαλίας μαθηματικών που καλλιεργούν την μαθηματικοφοβία και την απέχθεια των μαθητών για τα μαθηματικά είναι:

- Μηχανικοί υπολογισμοί και εκτέλεση κανόνων: Οι μαθητές εξασκούνται στους υπολογισμούς και τις πράξεις αυτές με την ελπίδα ότι θα αποκτήσουν την ικανότητα να τις εκτελέσουν σωστά. Ταλαιπωρούνται οι μαθητές με την εκμάθηση άχρηστων αλγορίθμων, όπως π.χ. του αλγορίθμου εξαγωγής τετραγωνικής ρίζας, ενώ θα μπορούσαν να μάθουν τη χρήση των calculators, τουλάχιστον στις μεγαλύτερες τάξεις.
- Εξάρτηση από τη μνήμη: Οι μαθητές μαθαίνουν από τα πρώτα τους σχολικά χρόνια ότι πρέπει να θυμούνται και να απομνημονεύουν. Θεωρούν τη μνήμη τους ως την πιο σπουδαία διανοητική λειτουργία. Αυτό συνεπάγεται υπερφόρτωση της μνήμης. Η τραγική ειρωνεία είναι ότι η πραγματική επιστημονική δημιουργία δεν εξαρτάται από την απομνημόνευση. Ας αναφέρουμε ένα παράδειγμα: Οι μαθητές απομνημονεύουν συνήθως τους τριγωνομετρικούς τύπους και όταν καμιά φορά «κολλήσουν», δεν μπορούν να προχωρήσουν. Για αυτό πρέπει να μαθαίνουμε στα παιδιά πως να παράγουν τους τύπους. Μαθαίνω μαθηματικά σημαίνει μαθαίνω να κάνω μαθηματικά. Σύμφωνα με μια παλιά Κινέζικη παροιμία, «ακούω και ξεχνώ, βλέπω και θυμάμαι, κάνω και καταλαβαίνω». Δεν πρέπει, λοιπόν, να απαιτούμε από τους μαθητές μας να αποστηθίζουν μηχανικά τους διάφορους τύπους, γιατί αλλιώς δεν έχουμε πάρει είδηση τι σημαίνει μαθηματική δημιουργία. Συνήθως απαιτούμε από τους μαθητές να αποστηθίσουν μια απόδειξη ή έναν τύπο, γιατί πρέπει μετά να τους

ελέγχουμε με διαγωνίσματα και τα τεστ. Είναι σαν να μετράμε την ηθικότητα ενός ανθρώπου από την ικανότητα του να αναφέρει τις 10 εντολές, πολύ περισσότερο σε μια γλώσσα που δεν την πολυκαταλαβαίνει.

- Αυταρχισμός και διδακτισμός: Συνήθως ο δάσκαλος επιβάλλει στους μαθητές την άποψή του. Λέει στα παιδιά τι να κάνουν, τι είναι χρήσιμο, τι δεν είναι, τι «δουλεύει», τι όχι και γενικά δίνει συνταγές που πηγάζουν από την εξουσία του. Ο μαθητής εξαρτάται από την εξουσία του δασκάλου. Αυτό, όπως είναι φυσικό, ενισχύει τον φόβο και το δέος που αισθάνονται οι μαθητές για τα μαθηματικά.
- Τεστ και διαγωνίσματα: Τα τεστ και τα διαγωνίσματα, που έχουν ως σκοπό την αξιολόγηση των μαθητών, ακούν την πιο βλαβερή επίδραση. Διαπερνούν και σημαδεύουν ολόκληρη την εκπαιδευτική διδασκαλία. Γίνονται αυτοσκοπός. Προϋποθέτουν ότι οι μαθηματικές ικανότητες μπορούν να μετρηθούν με ένα απλό σκορ σε ένα τεστ. Έτσι, διαστρεβλώνεται η πολυδιάστατη φύση της μάθησης των μαθηματικών. Υποθέτουν ότι η μαρτυρία για την επιτυχία μια εκπαιδευτικής εμπειρίας μπορεί να αποκτηθεί αμέσως, με βάση την εκτέλεση αυτής της εμπειρίας. Με τον τρόπο αυτό θέτουν προτεραιότητα στην μηχανική αποτελεσματικότητα και συμβάλλουν φειχοποίησή της. Τα περισσότερα τεστ διεξάγονται κάτω από συνθήκες οι οποίες παραβιάζουν σχεδόν κάθε αρχή για δημιουργική διδασκαλία των μαθηματικών. Έτσι δημιουργείται φοβία και ανησυχία στους μαθητές. Όταν ρωτάμε εάν έχουν κάποια δυσκολία σε μια ενότητα, οι μαθητές απαντούν: «Θα μπει αυτή η ενότητα στις εξετάσεις;». Τραγική ειρωνεία είναι ότι αν τους αλλάξεις την διαδικασία αξιολόγησης νιώθουν ανασφάλεια, γιατί έχουν μάθει να παπαγαλίζουν και να αποστηθίζουν μηχανικά για τα τεστ.

Άρα λοιπόν, η μαθηματικοφοβία είναι η φυσική αντίδραση των μαθητών σε μια νοσηρή κατάσταση, που μόνο κατ'ευφημισμό μπορεί να λέγεται και διδασκαλία μαθηματικών. Πως όμως θα έπρεπε να διδάσκονται τα μαθηματικά έτσι ώστε να μειώνεται η μαθηματικοφοβία και να αυξάνεται η αυτοπεποίθηση των μαθηματικών; Απάντηση βέβαια δεν είναι και τόσο

εύκολη. Οποσδήποτε πάντως μια τέτοια διδασκαλία θα μπορούσε να βασιστεί στις παρακάτω αρχές:

- 1) Τα μαθηματικά είναι ανάγκη να βρίσκονται κοντά στον κόσμο του παιδιού και όχι να περιορίζονται μόνο στο μάθημα και το βιβλίο.
- 2) Πρέπει να δίνονται ευκαιρίες στους μαθητές για συμμετοχή, παρατηρήσεις, εξερευνήσεις, πειράματα.
- 3) Όχι στους άχρηστους αλγορίθμους. Ναι στην χρήση των calculators. Ναι στις διαδικασίες και τεχνικές εκτίμησης και προσέγγισης. Π.χ. εύρεση της τετραγωνικής ρίζας του 1936 με δοκιμές (αποτυχία-δοκιμή-αποτυχία-δοκιμή-επιτυχία)
- 4) Πολύ γεωμετρία για την κατανόηση του χώρου που ζούμε
- 5) Χρησιμοποίηση φυσικών και γεωμετρικών μοντέλων για την διαισθητική εισαγωγή των εννοιών και την καλύτερη κατανόησή τους.
- 6) Διδασκαλία σύμφωνα με τις αρχές της παιδαγωγικής. Ο δάσκαλος πρέπει να κατανοήσει την φύση των μαθηματικών και να μάθει πως θα μπορέσει να τα μεταφέρει στη γλώσσα του παιδιού για αν γίνουν κατανοητά. Η παραδοσιακή δάσκαλοι χρησιμοποιούν το διδακτικό μοντέλο: διάλεξη-εξήγηση-εξάσκηση-απομνημόνευση. Αυτή η διαδικασία δίνει έμφαση στο δίπολο, Σωστό-Λάθος και επικεντρώνεται στην παραγωγή σωστών απαντήσεων, παραμελώντας την ανάπτυξη της λογικής σκέψης και τη μαγεία της μαθηματικής δημιουργίας. Το μοντέλο αυτό είναι η βασική πηγή κακοδαιμονίας και καχεξίας της μαθηματικής εκπαίδευσης και σοβαρή αιτία μαθηματικοφοβίας.

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Σήμερα στη μαθηματική εκπαίδευση κυριαρχούν οι λύσεις προβλημάτων, η αιτιολογημένη και μαθηματικοποιημένη περιγραφή φαινομένων, η διασύνδεση μαθηματικών και πραγματικού κόσμου καθώς τα παιδιά μεγαλώνουν είναι σημαντικό να αναπτύξουν την ικανότητα αντίληψης να εκτιμούν κατά προσέγγιση να έχουν την αίσθηση της τάξης μεγέθους, να αιτιολογούν τις απόψεις τους με μαθηματικό τρόπο και να αντιλαμβάνονται τα μαθηματικά ως πολιτισμικό αγαθό που σχετίζεται με πολλούς τομείς γνώσεων. Τα μαθηματικά βρίσκονται παντού και σαν παγκόσμια γλώσσα συμβάλλουν στην καλύτερη κατανόηση του κόσμου που μας περιβάλλει.

Οι Έλληνες έκαναν μεγάλη πρόοδο στον τομέα των επιστημών. Η σημερινή επιστήμη χρωστά πάρα πολλά στις διαπιστώσεις, στις ανακαλύψεις και στις επιστημονικές θεωρίες των Ελλήνων. Επίσης, οι ανακαλύψεις τους στα μαθηματικά, στην αστρονομία και την ιατρική είχαν ανυπολόγιστη αξία για την ανθρωπότητα. Οι Έλληνες δεν είχαν ποτέ μεγάλη δύναμη, όπως οι Αιγύπτιοι, οι Ασσύριοι και οι Πέρσες. Εκεί που πέτυχαν πάρα πολλά ήταν στο βασίλειο του πνεύματος, στην περιοχή του νου. Εκεί έβαλαν γερά θεμέλια και εκεί στηρίζεται σήμερα ολόκληρη η ανθρώπινη σκέψη και ολόκληρο το πολιτιστικό οικοδόμημα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- **Αργυρόπουλος Όθωνας** (1969), Μεγάλοι επιστήμονες και εφευρέτες, Μίνωας
- **Ευκλείδης** (2000-2013), Περιοδικό της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας
- **Κοτσανάς Κώστας** (2010), Η τεχνολογία των Αρχαίων Ελλήνων
- **Κοτσανάς Κώστας** (2009), Τα μουσικά όργανα των Αρχαίων Ελλήνων
- **Τουμάσης Μπάμπης** (1994), Σύγχρονη Διδακτική των Μαθηματικών, Gutenberg
- **F.C Happold** (1996), Παγκόσμια Ιστορία, μτφρ. Γραμμένος Μπάμπης, Άγκυρα
- **Hodart Huson** (1990), Πυθαγόρας, Δαμιανός. Μετάφραση Ελένη Καλκάνη
- **Margaret Alic** (1992), Η κληρονομιά της Υπατίας, Εκάτη
- **Moore Pete** (2002), Οι επιστήμονες που διαμόρφωσαν τον κόσμο μας, Σαββάλας
- **Platt Richard** (2004), Ευρηκα!, Μεγάλοι εφευρέτες και ο ιδιοφυής τρόπος σκέψης τους, Σαββάλας
- **Sir Thomas L. Heath** (2001), Ιστορία των Ελληνικών Μαθηματικών, Κέντρο Έρευνας, Επιστήμης και Εκπαίδευσης

ΙΣΤΟΤΟΠΟΙ

www.grmath.blogspot.gr

www.logioshermes.blogspot.com

www.hellinon.net

www.e-fungus.gr

www.youmagazine.gr

www.biographies.nea-acropoli.gr

www.kotsanas.com

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Επισκέψεις που πραγματοποιήθηκαν για την υλοποίηση της εργασίας

1. Στο Μουσείο Αρχαίας Τεχνολογίας στο Κατάκολο-Ηλείας



2. Στο Μουσείο Αρχαίων Ελληνικών Μουσικών Οργάνων και Παιχνιδιών στο Κατάκολο-Ηλείας



3. Επίσκεψη στη Δημοτική Βιβλιοθήκη του Πύργου



Κατασκευές σχετικές με την εργασία κατά τη διάρκεια της υλοποίησής της και οι οποίες αναρτήθηκαν στην αίθουσα των μαθητών



PROJECT ⇒ ΑΡΧΑΙΟΙ ΕΛΛΗΝΕΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ


ΤΑΞΗ Β1 Ομάδα 4

ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΤΟΠΟΥΧΟΣ ΒΕΟΔΩΡΟΣ

ΧΑΤΖΑΡΑ ΜΑΡΙΑ

ΚΟΥΤΛΙΑ ΕΥΓΕΝΙΑ

ΜΑΜΙΣΤΑΝΗ ΜΑΡΙΑ - ΚΕΝΤΡΟΕΡΕΤΑΣ ΟΥΣΕΒΙΑΣ



Ι ΠΥΘΑΓΟΡΑΣ Ο ΜΙΛΗΤΑΙΟΣ

ΑΠΟΛΛΟΝΙΟΥ Ο ΠΕΡΕΓΟΡΕΥΣ

Ι ΠΙΤΑΡΧΟΥ Ο ΜΙΛΗΤΑΙΟΥ

ΕΡΑΤΟΣΘΕΝΟΥ Ο ΠΕΡΕΓΟΡΕΥΣ

ΑΡΧΙΜΗΔΗ Ο ΜΙΛΗΤΑΙΟΥ



ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ

Παιδί του 287 π.Χ.
 Πρώτος μαθηματικός, μηχανικός, γεωγράφος,
 ιστορικός και ποιητής της εποχής του
 στην Αντιόχεια.



ΕΥΚΛΕΙΔΗΣ

Ο Ευκλείδης (π. 325 - π. 265 π.Χ.) γεννήθηκε στην Αθήνα και
 έζησε τον μεγαλύτερο μέρος της ζωής του στην Αλεξάνδρεια.
 Το έργο του «Εlementa» είναι το κλασικό κείμενο
 στην Αριθμητική και Γεωμετρία. Ο Ευκλείδης
 ονομάζεται ο βασιλιάς των μαθηματικών.



Φωτογραφίες από την παρουσίαση των εργασιών στο σχολείο



Η εργασία βρίσκεται αναρτημένη και στην ιστοσελίδα του σχολείου μας:
<http://lyk-andrav.ilei.sch.gr> στην ενότητα: **Ερευνητικές εργασίες**

Εκεί υπάρχει και το ηλεκτρονικό ερωτηματολόγιο που δημιουργήθηκε με τη βοήθεια των google docs, τα αποτελέσματα του οποίου μπορείτε να δείτε στον παρακάτω σύνδεσμο: <http://lyk-andrav.ilei.sch.gr/math.results.pdf>

